COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 JANVIER 1880.

PRÉSIDENCE DE M. EDM. BECQUEREL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** adresse l'ampliation du Décret par lequel le Président de la République approuve l'élection, faite par l'Académie, de M. le colonel *Perrier* pour remplir la place devenue vacante, dans la Section de Géographie et Navigation, par suite du décès de M. *de Tessan*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Perrier** prend place parmi ses confrères.

M. **Resal** présente à l'Académie le Tome V de son « Traité de Mécanique générale », qui comprend les matières enseignées dans la première Partie de son Cours de construction à l'École nationale des Mines, savoir : la résistance des matériaux, les constructions en bois et en pierre, les fondations, les murs de soutènement et ceux des réservoirs.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques applications des fonctions elliptiques*. Note de M. **Hermite.**

« XXI. Ce sont les belles et importantes découvertes de M. Füchs dans la théorie générale des équations différentielles linéaires qui permettent ainsi d'obtenir les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'intégrale complète de l'équation considérée soit une fonction uniforme de la variable. Il n'est pas inutile, à l'égard de ces conditions, de remarquer qu'elles se conservent, comme on le vérifie aisément, dans les transformées auxquelles conduit la substitution $y = ze^{-\alpha x}$, à savoir

$$z'' - [2\alpha + f(u)]z' + [\alpha^2 + \alpha f(u) + g(u)]z = 0.$$

J'observe encore que l'on peut supposer doublement périodiques les fonctions $f(u)$ et $g(u)$, en convenant que les quantités $u = 0$, $u = a$, $u = b$, ..., au lieu de représenter tous leurs pôles, désigneront seulement ceux de ces pôles qui sont à l'intérieur du rectangle des périodes. Soit donc, en nous plaçant dans ce cas,

$$f(u) = \frac{\mathfrak{P}'}{\mathfrak{P}},$$

$$g(u) = \frac{\mathfrak{Q}}{\mathfrak{P}},$$

ou bien, d'après la remarque qui vient d'être faite,

$$f(u) = 2\alpha + \frac{\mathfrak{P}'}{\mathfrak{P}},$$

$$g(u) = \alpha^2 + \alpha\frac{\mathfrak{P}'}{\mathfrak{P}} + \frac{\mathfrak{Q}}{\mathfrak{P}},$$

α étant une constante arbitraire. Je disposerai de cette constante de sorte qu'on ait

$$f(u) = \frac{\mathrm{H}'(u-a)}{\mathrm{H}(u-a)} + \frac{\mathrm{H}'(u-b)}{\mathrm{H}(u-b)} - 2\frac{\mathrm{H}'(u)}{\mathrm{H}(u)} + \frac{\Theta'(a)}{\Theta(a)} + \frac{\Theta'(b)}{\Theta(b)},$$

et par conséquent, d'après les formules connues,

$$f(u) = \frac{\operatorname{sn} a}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-a)} + \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-b)}.$$

LIBRAIRIE DE GAUTHIER-VILLARS,
QUAI DES AUGUSTINS, 55, A PARIS.

MÉMORIAL
DE
L'OFFICIER DU GÉNIE,
OU
RECUEIL
DE MÉMOIRES, EXPÉRIENCES, OBSERVATIONS ET PROCÉDÉS GÉNÉRAUX
propres à perfectionner la fortification et les constructions militaires,

RÉDIGÉ PAR LES SOINS DU COMITÉ DES FORTIFICATIONS,

Avec l'approbation du Ministère de la Guerre.

N° 21. In-8, avec 186 figures dans le texte et 11 planches; 1873.. 7 fr. 50 c.
N° 22. In-8, avec 174 figures dans le texte et 2 planches; 1874... 7 fr. 50 c
N° 23. In-8, avec 189 figures dans le texte et 4 planches; 1874.. 7 fr. 50 c.
N° 24. In-8, avec 161 figures dans le texte; 1875............... 7 fr. 50 c.
N° 25. In-8, avec 315 figures dans le texte et 1 planche; 1876... 7 fr. 50 c.

A partir du **N° 21**, les numéros successifs du *Mémorial de l'Officier du Génie* sont mis en vente, dès leur apparition, au prix ci-dessus indiqué de 7 fr. 50 c.

EXTRAITS DES TABLES DES MATIÈRES.

N° 21.

Titres des Mémoires : Note relative aux effets du tir des batteries allemandes sur les ouvrages défensifs de Paris, pendant le siége de 1870-1871 ; par M. *Petit*, capitaine du Génie. — Note sur le bombardement de la ville de Paris par l'armée allemande, pour l'intelligence du plan spécial dressé par M. *Petit* (*P.*), capitaine du Génie, et M. *Vinclaire* (*G.*), sous-lieutenant du Génie. — Rapport sur les mines exécutées pour la rupture des tunnels des chemins de fer, des ponts sur la Seine, entre Vernon et Rouen, et du pont sur la Lézarde (chemin de grande communication n° 32, près du Havre); par M. *Peltier* (*P.-A.*), chef de bataillon du Génie. — Étude sur les effets des mines militaires; par M. *Dambrun*, chef de bataillon du Génie. — Recueil d'expériences sur les effets souterrains des fourneaux de mines; par M. *Dambrun*, capitaine du Génie, aujourd'hui chef de bataillon. — Extrait d'un Mémoire sur les mines militaires ; par M. *Ricour*, capitaine du Génie. — Figure donnant les charges des fourneaux de mines, leurs

rayons d'entonnoir, leurs différents rayons de rupture et le côté de la boîte aux poudres; par M. *Guillemot*, lieutenant du Génie, aujourd'hui chef de bataillon. — Mémoire sur un Manuel-Memento du Mineur, avec abaque donnant immédiatement la solution de tous les problèmes de mines; par M. *Delambre*, capitaine du Génie. — Étude d'une machine élévatoire; par M. *Roulet*, chef de bataillon du Génie. — Mémoire sur différents projets d'affûts à éclipse; par M. *Mangin* (*A.*), chef de bataillon du Génie. — Note sur un nouveau système de télégraphie optique.

N° 22.

Étude sur le casernement de la Cavalerie en France; par M. *Grillon*, capitaine du Génie. — Note sur l'emploi du planimètre polaire de M. Amsler, dans le dessin de la fortification; par M. *Peaucellier*, capitaine du Génie. — Expériences faites en 1869 à l'École régimentaire d'Arras avec les pyrothèques et une nouvelle machine dynamo-électrique à basse tension; par M. *Richard* (*Joachim*), capitaine du Génie. — Études sur la fabrication des amorces à employer pour mettre le feu aux mines au moyen de l'électricité de tension; par MM. *Rousset* et *Delambre*, capitaines du Génie. — Trois Notes sur la manœuvre et le réglage des ponts-levis; par M. *Barisien*, chef de bataillon du Génie, M. *Percin*, capitaine du Génie, et M. *Curie*, chef de bataillon du Génie. — Nouvel organe mécanique réciproque de transformation du mouvement circulaire alternatif en rectiligne alternatif; par M. *Poulain*, chef de bataillon du Génie. — Mémoire sur les applications de la Photographie aux arts militaires; par M. *Javary*, Capitaine du Génie. — Extrait d'une Note sur la reproduction des dessins au moyen du papier préparé au ferro-prussiate de potasse; par M. *de la Noë*, capitaine du Génie. — Les dynamites, suite au Mémoire inséré au N° 20 du Mémorial; par M. *Fritsch*, capitaine du Génie.

N° 23.

Mémoire sur le système de télégraphie optique de la Défense de Paris; par M. *Mangin* (*A.*), chef de bataillon du Génie. — Notice sur la nouvelle Carte de France au $\frac{1}{500000}$, dressée au Dépôt des fortifications. — Étude sur le casernement de l'infanterie en France, par M. *Grillon*, capitaine du Génie. — Note sur une mire parlante spéciale, imaginée par M. le garde du Génie Marc, pour lire directement les altitudes; par M. *Wagner*, chef de bataillon du Génie. — Des méthodes de levers en usage à la brigade topographique et de l'emploi d'un nouvel instrument (appareil homolographique de MM. Peaucellier et Wagner) destiné à substituer aux opérations habituelles des procédés purement mécaniques; par M. *Wagner*, chef de bataillon du Génie. — Mémoire sur les cuisines à vapeur; par M. *A. Corbin*, capitaine du Génie. — Note sur l'emploi des marmites thermostatiques chauffées par l'introduction de la vapeur d'eau; extraite de divers Rapports de M. *Loyre*, chef de bataillon du Génie. — Note sur l'espace cubique et sur le volume d'air nécessaires pour assurer la salubrité des lieux habités; par M. le général *Morin*. — Les dynamites, suite au Mémoire inséré au N° 20 du Mémorial; par M. *Fritsch*, capitaine du Génie. — Planches I à IV.

N° 24.

Notice sur le rétablissement du pont de Clerval (sur le Doubs) en janvier 1871; par M. *Marcille*, capitaine du Génie. — Note sur la destruction du tunnel de Martainville en septembre 1870; par M. *Marcille*, capitaine du Génie. — Mémoire sur la mise en place et le fonctionnement des barrages de la Moselle à Thionville, pendant le blocus de 1870, et sur les améliorations dont ces systèmes de barrage sont susceptibles; par M. *Bailly-Maître*, capitaine du Génie. — Compte rendu des travaux de roctage exécutés au fort de la Croix-Faron par un détachement du 2e régiment du Génie, sous la direction du capitaine *Sadoux*; suivi d'observations relatives à l'emploi des dynamites et du coton-poudre comprimé. — Nouvelles expériences relatives à la théorie de la poussée des terres; par M. *Curie*, chef de bataillon du Génie. — Mémoire sur les conditions de stabilité des voûtes en berceau; par M. *Peaucellier*, lieutenant-colonel du Génie. — Note sur les niveaux à collimateur; par M. *Goulier*, colonel du Génie. — Des-

cription raisonnée des mires de nivellement de l'École d'application de l'Artillerie et du Génie; par M. *Goulier*, colonel du Génie. — Note sur une boussole nivelante en métal, organisée en vue du service du Génie; par M. *Goulier*, colonel du Génie. — Note sur la lunette anallatique de M. *Goulier*, colonel du Génie. — Note sur divers instruments de nivellement propres à être utilisés en campagne et dont la plupart sont susceptibles d'être improvisés au moment du besoin. — Note sur le téléiconographe. — Renseignements sur le poids des charges de dynamite Nobel n° 1 (65 pour 100) à employer dans différents cas de rupture des maçonneries. — Emploi de l'asphalte dans les constructions militaires (Extrait d'un travail de M. le général *Véronique*). — Notes diverses sur l'art des constructions.

N° 25.

Étude sur le casernement à l'étranger (Angleterre, Allemagne, Autriche); par M. *Grillon*, chef de bataillon du Génie. — Étude de divers dispositifs optiques destinés à projeter la lumière électrique sur les objets éloignés; par M. *Mangin*, lieutenant-colonel du Génie. — Note sur la forme à adopter pour unel entille, afin qu'elle fasse converger rigoureusement en un point donné les rayons lumineux issus d'un autre point également donné; par M. *Curie*, chef de bataillon du Génie. — Mémoire sur un procédé de figuré du terrain dans l'hypothèse de la lumière oblique; par M. *de la Noë*, capitaine du Génie. — Rapport à la suite duquel le prix de Mécanique de la fondation Montyon, pour l'année 1874, a été décerné, par l'Académie des Sciences, à M. *Peaucellier*, lieutenant-colonel du Génie. — Note sur l'emploi des systèmes articulés à liaison complète, en Géométrie, en Mécanique et dans les Sciences appliquées; par M. *Peaucellier*, lieutenant-colonel du Génie. — Rapport présenté à l'Académie des Sciences, dans la séance du 7 février 1876, sur un Mémoire de M. *Peaucellier*, relatif aux conditions de stabilité des voûtes en berceau. — Note sur quelques travaux récents relatifs à la théorie des voûtes; par M. *Collignon*, ingénieur des Ponts et Chaussées. — Extrait d'un Mémoire sur les applications à la défense des places de l'eau employée comme moyen de transmission du travail; par M. *Magué*, capitaine du Génie. — Mémoire sur l'organisation des chantiers des forts à Toul; par M. *Mengin* (*A.-N.*), lieutenant-colonel du Génie. — Note sur le casernement en Angleterre; par M. *Langlois*, chef de bataillon du Génie. — Note sur l'installation des lits à deux étages et à quatre places dans la casemate n° 11 du fort de Montrouge.

Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Envoi franco dans toute l'Union postale contre mandat de poste ou valeur sur Paris.

MOOCK, Opérateur.— **Traité pratique complet d'impressions photographiques aux encres grasses et de phototypographie et photogravure.** 2e édition, beaucoup augmentée. In-18 jésus ; 1877...... 3 fr.

Avant-propos de la 2e édition.

Le *Traité pratique d'impression photographique aux encres grasses*, que nous avons publié en 1874, a reçu des lecteurs un accueil si bienveillant que nous avons considéré comme un devoir de compléter notre œuvre et de publier une seconde édition mise au courant des plus récentes découvertes.

Nous avons en conséquence réuni dans un Appendice l'exposé des progrès qui ont été réalisés récemment dans les diverses applications de la Photographie aux arts et à l'industrie.

Dans ce nouveau travail, nous nous sommes attaché comme précédemment à donner toujours des recettes sûres et bien éprouvées, qui conduiront à un résultat d'autant plus certain que nous indiquons soigneusement les *tours de main* propres à chaque procédé.

La Phototypographie, la Photogravure et la Photolithographie, en particulier, rendent maintenant de tels services et sont appelées à un si grand avenir, que toutes les personnes s'occupant, à un titre quelconque, de publications artistiques et scientifiques doivent connaître, dans tous leurs détails, ces précieuses applications de la Photographie ; aussi, dans cette nouvelle édition, nous avons donné une grande extension à l'exposé des procédés qui permettent d'obtenir, soit des clichés typographiques en relief, soit des planches sur cuivre ou sur pierre, d'après des épreuves photographiques.

En résumé, nous espérons que ce petit Livre, essentiellement pratique, est appelé à rendre de réels services aux photographes, aux lithographes, aux imprimeurs en taille-douce et aux typographes.

Table des Matières.

Paris — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Cela étant, il est clair qu'on peut écrire, avec trois indéterminées A, B, C,

$$g(u) = \frac{A \operatorname{sn} a}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-a)} + \frac{B \operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-b)} + C,$$

et nous tirerons sur-le-champ de ces expressions les valeurs suivantes :

$$F = -\frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a} - \frac{\operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} b},$$

$$G = -A - B,$$

$$f_a = -\frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a} + \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(a-b)},$$

$$g_a = A,$$

$$g_a^1 = -\frac{A \operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a} + \frac{B \operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(a-b)} + C.$$

Or la condition

$$g_a^1 = g_a(f_a - g_a)$$

conduit à

$$\frac{\operatorname{sn} b (A - B)}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(a-b)} - A^2 - C = 0;$$

le second pôle $u = b$ donne semblablement

$$\frac{\operatorname{sn} a (B - A)}{\operatorname{sn} b \operatorname{sn}(b-a)} - B^2 - C = 0.$$

et l'on conclut enfin de l'équation $F + G = 0$

$$\frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a} + \frac{\operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} b} + A + B = 0.$$

» Je remarque immédiatement que cette dernière relation n'est point distincte des deux autres et qu'elle en résulte en les retranchant membre à membre et divisant par $A - B$. En l'employant avec la première, nous trouvons, par l'élimination de B,

$$A^2 - 2A \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(a-b)} - \frac{\operatorname{sn}^2 a - \operatorname{sn}^2 b}{\operatorname{sn}^2 a \operatorname{sn}^2(a-b)} + C = 0,$$

ou encore

$$\left[A - \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(a-b)}\right]^2 - \frac{1}{\operatorname{sn}^2(a-b)} + C = 0.$$

» Remplaçant désormais C par $\frac{1}{\operatorname{sn}^2(a-b)} - C^2$, on voit qu'on aura

$$A = \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(a-b)} + C,$$

et par conséquent

$$B = \frac{\operatorname{sn} a}{\operatorname{sn} b \operatorname{sn}(b-a)} - C.$$

» Telles sont donc, exprimées au moyen de la nouvelle indéterminée C, les valeurs très simples des constantes A et B pour lesquelles, d'après les principes de M. Füchs, l'intégrale complète de l'équation

$$y'' - \left[\frac{\operatorname{sn} a}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-a)} + \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-b)}\right] y'$$
$$+ \left[\frac{A \operatorname{sn} a}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-a)} + \frac{B \operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-b)} + \frac{1}{\operatorname{sn}^2(a-b)} - C^2\right] y = 0$$

est une fonction uniforme de la variable avec le seul pôle $u = 0$.

» Nous sommes assurés de plus, par une proposition générale de M. Picard (*Comptes rendus* du 21 juillet 1879, p. 140, et de cette séance, p. 128), que cette intégrale s'exprime dès lors par deux fonctions doublement périodiques de seconde espèce. Si donc on restitue, en faisant la substitution $y = ze^{\alpha x}$, une constante arbitraire dont il a été disposé pour simplifier les calculs, il est certain que la nouvelle équation différentielle contiendra, comme cas particuliers, toutes celles dont il a été précédemment question. C'est, en effet, ce que je ferai bientôt voir; mais je veux auparavant obtenir une confirmation de l'important théorème du jeune géomètre en effectuant directement l'intégration de cette équation et donner ainsi, avant d'aborder des cas plus généraux, un nouvel exemple du procédé déjà employé pour l'équation de Lamé dans le cas le plus simple de $n = 1$.

» XXII. Considérons la fonction doublement périodique de seconde espèce la plus générale, admettant pour seul pôle $u = 0$, à savoir

$$f(u) = \frac{H'(0)\,\Theta(u+\omega)}{H(u)} e^{\left[\lambda - \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)}\right] u},$$

et proposons-nous de déterminer ω et λ de telle sorte qu'elle soit une solution de l'équation proposée. Soit, à cet effet, $\Phi(u)$ le résultat de la substitution de $f(u)$ dans son premier membre. Les coefficients de l'équation ayant pour périodes $2K$ et $2iK'$, on voit que cette quantité est une fonction de seconde espèce, ayant les mêmes multiplicateurs que $f(u)$, qui pourra, par conséquent, remplir à son égard le rôle d'élément simple. On voit aussi que les pôles de $\Phi(u)$ sont $u = a$, $u = b$, $u = 0$, les deux premiers représentant des infinis simples et le troisième un infini triple. Nous aurons donc

$$\Phi(u) = \mathfrak{A} f(u-a) + \mathfrak{B} f(u-b) + \mathfrak{C} f(u) + \mathfrak{C}' f'(u) + \mathfrak{C}'' f''(u),$$

et la condition $\Phi(u) = 0$ entraîne ces cinq équations

$$\mathfrak{A} = 0, \quad \mathfrak{B} = 0, \quad \mathfrak{C} = 0, \quad \mathfrak{C}' = 0, \quad \mathfrak{C}'' = 0,$$

qu'il est aisé de former, comme on va voir.

» Nous avons pour cela à décomposer en éléments simples les produits de $f(u)$ et $f'(u)$ par deux quantités de la même forme $\frac{\operatorname{sn} p}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-p)}$, c'est-à-dire à chercher les parties principales des développements de ces produits, d'abord suivant les puissances de u, puis, en posant $u = p + \varepsilon$, suivant les puissances de ε. Or il résulte de l'expression de $f(u)$ qu'on a

$$f(u) = \chi(iK' + u)\, e^{\lambda u},$$

$\chi(u)$ désignant la fonction considérée au § V (*Comptes rendus*, t. LXXXV, p. 821), et par conséquent

$$\begin{aligned} f(u) &= \left[\frac{1}{u} - \frac{1}{2}\left(k^2 \operatorname{sn}^2 \omega - \frac{1+k^2}{3}\right) u + \ldots\right] e^{\lambda u} \\ &= \frac{1}{u} + \lambda + \frac{1}{2}\left(\lambda^2 - k^2 \operatorname{sn}^2 \omega + \frac{1+k^2}{3}\right) u + \ldots. \end{aligned}$$

» On trouve ensuite

$$\frac{\operatorname{sn} p}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-p)} = -\frac{1}{u} - \frac{\operatorname{cn} p \operatorname{dn} p}{\operatorname{sn} p} - \left(\frac{1}{\operatorname{sn}^2 p} - \frac{1+k^2}{2}\right) u + \ldots$$

et sans nouveau calcul, en remplaçant u par $-\varepsilon$,

$$\frac{\operatorname{sn} p}{\operatorname{sn}(p+\varepsilon) \operatorname{sn} \varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} - \frac{\operatorname{cn} p \operatorname{dn} p}{\operatorname{sn} p} + \left(\frac{1}{\operatorname{sn}^2 p} - \frac{1+k^2}{2}\right) \varepsilon + \ldots.$$

Ces développements nous donnent les formules

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{sn} p}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-p)} f(u) &= f(p) f(u-p) - \left(\lambda + \frac{\operatorname{cn} p \operatorname{dn} p}{\operatorname{sn} p}\right) f(u) + f'(u), \\ \frac{\operatorname{sn} p}{\operatorname{sn} u \operatorname{sn}(u-p)} f'(u) &= f'(p) f(u-p) - \frac{1}{2}\left(\lambda^2 - k^2 \operatorname{sn}^2 \omega - \frac{2}{\operatorname{sn}^2 p} + 1 + k^2\right) f(u) \\ &\quad - \frac{\operatorname{cn} p \operatorname{dn} p}{\operatorname{sn} p} f'(u) + \frac{1}{2} f''(u), \end{aligned}$$

et l'on en conclut, en faisant successivement $p = a$, $p = b$, les expressions

cherchées

$$\mathfrak{A} = \mathrm{A}f(a) - f'(a),$$
$$\mathfrak{B} = \mathrm{B}f(b) - f'(b),$$
$$\mathfrak{C} = \lambda^2 - \mathrm{A}\left(\lambda + \frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a}\right) - \mathrm{B}\left(\lambda + \frac{\operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} b}\right) - \mathrm{C}^2 + \frac{1}{\operatorname{sn}^2(a-b)}$$
$$+ k^2 \operatorname{sn}^2 \omega - \frac{1}{\operatorname{sn}^2 a} - \frac{1}{\operatorname{sn}^2 b} + 1 + k^2,$$
$$\mathfrak{C}' = \mathrm{A} + \mathrm{B} + \frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a} + \frac{\operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} b},$$
$$\mathfrak{C}'' = 0.$$

» Ces résultats obtenus, nous observons d'abord que $\mathfrak{C}'$ s'évanouit, d'après une des relations trouvées entre A et B; j'ajoute que l'équation $\mathfrak{C} = 0$ est une conséquence des deux premières; par conséquent, les cinq conditions se réduisent, comme il est nécessaire, à deux seulement qui serviront à déterminer ω et λ. Nous recourrons, pour l'établir, à la transformation suivante de la valeur de $\mathfrak{C}$. Soit, pour abréger l'écriture,

$$\mathrm{G} = \left(\lambda - \mathrm{C} + \frac{\operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} b}\right)\left(\lambda + \mathrm{C} + \frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a}\right),$$
$$\mathrm{H} = \left(\mathrm{A} - \mathrm{C} + \frac{\operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} b}\right)\left(\mathrm{B} + \mathrm{C} + \frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a}\right);$$

on a identiquement

$$\mathfrak{C} = \mathrm{G} - \mathrm{H} + (\mathrm{A} - \mathrm{C})(\mathrm{B} + \mathrm{C}) - k^2 \operatorname{sn}^2 \omega + \frac{1}{\operatorname{sn}^2(a-b)} - \frac{1}{\operatorname{sn}^2 a} - \frac{1}{\operatorname{sn}^2 a} + 1 + k^2$$

et plus simplement déjà

$$\mathfrak{C} = \mathrm{G} - \mathrm{H} - k^2 \operatorname{sn}^2 \omega - \frac{1}{\operatorname{sn}^2 a} - \frac{1}{\operatorname{sn}^2 b} + 1 + k^2,$$

les valeurs de A et B que je rappelle,

$$\mathrm{A} = \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(a-b)} + \mathrm{C}, \quad \mathrm{B} = \frac{\operatorname{sn} a}{\operatorname{sn} b \operatorname{sn}(b-a)} - \mathrm{C},$$

donnant

$$(\mathrm{A} - \mathrm{C})(\mathrm{B} + \mathrm{C}) = -\frac{1}{\operatorname{sn}^2(a-b)}.$$

Nous obtenons ensuite, en faisant usage de ces expressions,

$$\mathrm{H} = \left[\frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(a-b)} + \frac{\operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} b}\right]\left[\frac{\operatorname{sn} a}{\operatorname{sn} b \operatorname{sn}(b-a)} + \frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a}\right]$$
$$= -\frac{1}{\operatorname{sn}^2(a-b)} + \frac{1}{\operatorname{sn}(a-b)}\left(\frac{\operatorname{sn} b \operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn}^2 a} - \frac{\operatorname{sn} a \operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn}^2 b}\right) + \frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a \operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn} b}.$$

On a d'ailleurs

$$\frac{1}{\operatorname{sn}(a-b)}\left(\frac{\operatorname{sn} b \operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn}^2 a} - \frac{\operatorname{sn} a \operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn}^2 b}\right)$$
$$= \left(\frac{\operatorname{sn} a \operatorname{cn} b \operatorname{dn} b + \operatorname{sn} b \operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn}^2 a - \operatorname{sn}^2 b}\right)\left(\frac{\operatorname{sn}^3 b \operatorname{cn} a \operatorname{dn} a - \operatorname{sn}^3 a \operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn}^2 a \operatorname{sn}^2 b}\right)$$
$$= -\frac{\operatorname{sn}^2 a + \operatorname{sn}^2 b}{\operatorname{sn}^2 a \operatorname{sn}^2 b} - \frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a \operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn} b} + 1 + k^2,$$

et la valeur de H qui en résulte, à savoir

$$H = -\frac{1}{\operatorname{sn}^2(a-b)} - \frac{1}{\operatorname{sn}^2 a} - \frac{1}{\operatorname{sn}^2 b} + 1 + k^2,$$

donne cette nouvelle réduction :

$$\mathfrak{C} = G - k^2 \operatorname{sn}^2 \omega + \frac{1}{\operatorname{sn}^2(a-b)}.$$

» C'est maintenant qu'il est nécessaire d'introduire les conditions $\mathfrak{A} = 0$, $\mathfrak{B} = 0$, c'est-à-dire $A = \frac{f'(a)}{f(a)}$, $B = \frac{f'(b)}{f(b)}$. Or, au moyen des valeurs de A, de B et de l'expression

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{\Theta'(x+\omega)}{\Theta(x+\omega)} - \frac{H'(x)}{H(x)} - \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)} + \lambda,$$
$$= -k^2 \operatorname{sn} x \operatorname{sn} \omega \operatorname{sn}(x+\omega) - \frac{\operatorname{cn} x \operatorname{dn} x}{\operatorname{sn} x} + \lambda,$$

on en tire

$$\lambda - C = \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(a-b)} + \frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a} + k^2 \operatorname{sn} a \operatorname{sn} \omega \operatorname{sn}(a+\omega),$$
$$\lambda + C = \frac{\operatorname{sn} a}{\operatorname{sn} b \operatorname{sn}(b-a)} + \frac{\operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} b} + k^2 \operatorname{sn} b \operatorname{sn} \omega \operatorname{sn}(b+\omega).$$

» Cela étant, une réduction qui se présente facilement donne

$$\lambda - C + \frac{\operatorname{cn} b \operatorname{dn} b}{\operatorname{sn} b} = \frac{\operatorname{sn} a}{\operatorname{sn} b \operatorname{sn}(a-b)} + k^2 \operatorname{sn} a \operatorname{sn} \omega \operatorname{sn}(a+\omega),$$
$$\lambda + C + \frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn} a} = \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(b-a)} + k^2 \operatorname{sn} b \operatorname{sn} \omega \operatorname{sn}(b+\omega),$$

et nous pouvons écrire en conséquence

$$G = \left[\frac{\operatorname{sn} a}{\operatorname{sn} b \operatorname{sn}(a-b)} + k^2 \operatorname{sn} a \operatorname{sn} \omega \operatorname{sn}(a+\omega)\right]$$
$$\times \left[\frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a \operatorname{sn}(b-a)} + k^2 \operatorname{sn} b \operatorname{sn} \omega \operatorname{sn}(b+\omega)\right].$$

» Je considérerai cette expression comme une fonction doublement périodique de ω, ayant pour infinis simples $\omega = i\mathrm{K}' - a$, $\omega = i\mathrm{K}' - b$ et pour infini double $\omega = i\mathrm{K}'$. Elle présente cette circonstance que les résidus qui correspondent aux infinis simples sont nuls. En effet, des deux facteurs dont elle se compose, le premier s'évanouit en faisant $\omega = i\mathrm{K}' - b$ et le second pour $\omega = i\mathrm{K}' - a$. Il en résulte que le résidu relatif au troisième pôle $\omega = i\mathrm{K}'$ est également nul, de sorte qu'en décomposant en éléments simples on obtient

$$G = -D_\omega \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)} + \text{const.} = k^2 \operatorname{sn}^2 \omega + \text{const.}$$

» Posons, afin de déterminer la constante, $\omega = 0$; nous trouverons finalement

$$G = k^2 \operatorname{sn}^2 \omega - \frac{1}{\operatorname{sn}^2(a-b)},$$

et de là résulte, comme il importait essentiellement de le démontrer, que l'équation $\mathfrak{C} = 0$ est une conséquence des relations $\mathfrak{A} = 0$ et $\mathfrak{B} = 0$. »

THERMOCHIMIE. — *Sur la chaleur de formation de l'hydrate de chloral.* Note de M. BERTHELOT.

« 1. L'hydrate de chloral, composé découvert il y a cinquante ans par M. Dumas, a pris dans ces dernières années une importance inattendue, non seulement par ses applications médicales, mais aussi par son rôle dans une question de pure doctrine. Les partisans de la théorie atomique ont pensé, peut-être à tort, qu'il importait à leurs opinions de nier l'existence même de ce composé sous la forme gazeuse. Je ne sais si cette conséquence est nécessaire, mais je vais apporter de nouvelles preuves pour établir que le chloral gazeux et l'eau gazeuse se combinent avec dégagement de chaleur et sans changer d'état.

» 2. Ce n'est pas que la combinaison s'opère immédiatement sur la totalité des deux gaz composants mis en présence : j'ai déjà fait connaître des expériences établissant qu'il n'en est pas ainsi, c'est-à-dire que le chloral gazeux mis en présence de l'eau constitue, dans les premiers moments, un système distinct de la vapeur d'hydrate de chloral [1]. Les expériences

[1] On aurait pu déjà penser qu'il en est ainsi, d'après ce fait bien connu que l'odeur

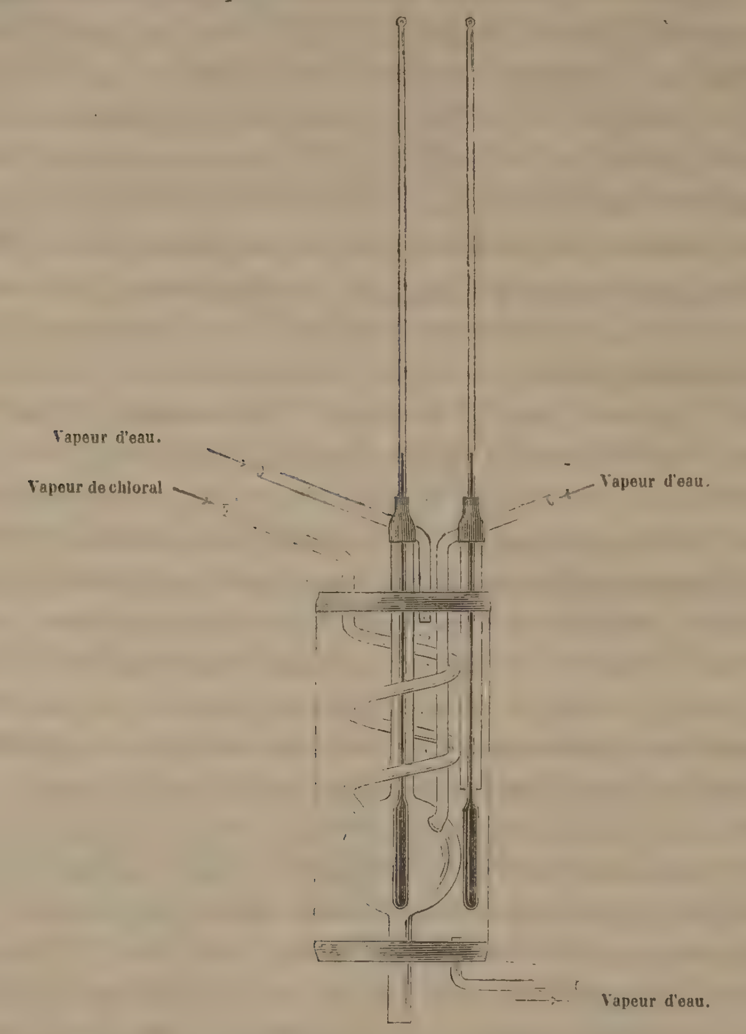
négatives que notre éminent confrère, M. Wurtz, a publiées récemment sur cette question n'étaient donc pas démonstratives. Elles ont été faites d'ailleurs avec un appareil entouré de masses d'eau considérables, dont le contact, médiat ou immédiat, enlève toute sensibilité aux mesures et ne permet pas de constater les faibles variations de température d'une petite masse gazeuse, placée dans son intérieur. J'ai pensé cependant qu'il y avait lieu de rechercher, malgré ces essais infructueux, si la combinaison, même partielle et incomplète, de la vapeur d'eau et du chloral gazeux, telle qu'elle peut s'effectuer pendant un mélange de courte durée, dans un appareil suffisamment délicat, ne donnerait pas lieu à une élévation de température sensible au thermomètre.

» 3. Voici l'appareil que j'ai employé. Il se compose d'une boule de verre mince, dont le diamètre égale $0^m,040$. Cette boule porte à sa partie inférieure une tubulure verticale, large de $0^m,012$, et par laquelle les vapeurs s'écoulent au dehors. A la partie supérieure de la boule se trouvent trois tubulures : l'une centrale et verticale, large de $0^m,008$, destinée à recevoir un thermomètre sensible et plongé dans le mélange gazeux; à droite et à gauche, deux tubulures inclinées et se faisant vis-à-vis, dont l'une amène la vapeur d'eau, et l'autre, contournée en serpentin, la vapeur de chloral. Ce petit appareil est placé dans un cylindre de verre mince, qui l'enveloppe et qui est fermé en haut et en bas par deux bouchons horizontaux. Le bouchon supérieur porte cinq trous, dont trois traversés par les tubulures de la boule; le quatrième porte un tube destiné à recevoir un thermomètre immergé dans la vapeur d'eau; le cinquième amène un courant de vapeur d'eau, lequel circule autour de la boule, élève à 100° tout l'espace intérieur du cylindre et s'échappe au dehors par un tube incliné, traversant le bouchon inférieur. La large tubulure de la boule sort à côté et s'ouvre à $0^m,002$ ou $0^m,003$ au-dessous d'une couche d'eau froide, placée dans un vase à précipité. L'appareil entier n'est guère plus gros que le poing : il est fort simple et facile à construire. La masse des gaz qui réagissent dans la boule est comparable à celle de la vapeur d'eau qui circule dans l'enveloppe; enfin, les propriétés connues de cette même vapeur d'eau et le rôle de sa chaleur latente assurent la constance de la température de l'enceinte, au

---

du chloral est tout à fait distincte de celle de l'hydrate de chloral; elle est bien plus irritante et suffocante. L'hydrate de chloral existe donc, comme gaz distinct du chloral, dans l'atmosphère. D'ailleurs, celle-ci renferme ordinairement bien plus de vapeur d'eau qu'il n'en faudrait pour changer en hydrate les traces de chloral anhydre que l'on y perçoit : ce qui prouve, par surcroît, que la combinaison n'est pas instantanée.

milieu de laquelle la réaction va s'accomplir, bien mieux que ne pourrait le faire l'emploi d'un bain liquide.



Appareil pour démontrer la chaleur dégagée par l'union des vapeurs d'eau et de chloral.

» Je vais donner le détail même de mes expériences, c'est-à-dire la marche de deux thermomètres semblables et juxtaposés : l'un plongé dans l'enceinte, l'autre dans la boule où s'opère le mélange du chloral gazeux et de l'eau gazeuse. Le chloral employé était pur ; quelques grammes de ce corps, dissous dans une proportion d'eau convenable, puis mélangés avec de l'azotate d'argent, fournissaient une liqueur absolument limpide, au moins dans les premiers moments : ce qui prouve l'absence complète d'acide chlorhydrique libre. Par surcroît, le chloral a été rectifié à la température fixe de 98° (dans les conditions de la distillation). Les deux thermomètres avaient été étudiés et vérifiés avec soin.

» Les deux liquides, chloral et eau, étaient chauffés sur des becs de gaz munis de robinets, qui permettaient de régler les ébullitions à chaque instant. Voici les observations.

» On fait passer la vapeur d'eau dans l'enceinte :

	Thermomètre de l'enceinte.	Thermomètre de la boule.
Après quelques minutes...........	99°,8 [1]	99°,7
Après une nouvelle minute (première).	99,8	99,7

» On fait bouillir l'eau et le chloral, et l'on fait arriver les deux vapeurs simultanément dans la boule :

	Thermomètre de l'enceinte.	Thermomètre de la boule.
3e minute....................	99°,8	100°,1
4e »	100,0	100,3
5e »	100,1	103,0

» On fait arriver un peu plus de vapeur d'eau :

	Thermomètre de l'enceinte.	Thermomètre de la boule.
6e minute....................	99°,7	100°,4
7e »	99,4	100,4
8e »	99,2	100,2
9e »	99,5	»
10e »	100,1	101,1
12e »	100,1	101,1
14e »	100,2	101,0
15e »	100,2	101,1
17e »	100,2	101,0

» Ainsi, depuis l'instant où les vapeurs se sont rencontrées et pendant toute la durée de l'expérience, le thermomètre de la boule s'est maintenu à une température plus haute que le thermomètre de l'enceinte.

» Ce qui a semblé plus décisif encore, c'est que la température de la boule a surpassé celle de l'ébullition de l'eau de 1° environ, pendant près de dix minutes; sans parler de la brusque élévation du début, qui pourrait être mise sur le compte de quelque cause accidentelle.

» Le thermomètre de l'enceinte a même paru subir l'influence de la cha-

---

[1] Pression atmosphérique, 0m,758; ce qui répond à 99°,9 comme point d'ébullition de l'eau.

leur rayonnée par la boule juxtaposée, autant qu'il est permis de répondre de 0,1 à 0,2 dans ce genre d'essais.

» Pendant ce temps, 25^{gr} à 30^{gr} de chloral ont distillé. L'hydrate de chloral résultant se dissolvait à mesure dans l'eau échauffée du vase inférieur, quelques gouttelettes même de chloral liquide non combiné descendant dans l'eau en nature avant de s'y dissoudre en totalité : ce qui prouve le caractère incomplet de la combinaison, quoique la distillation fût bien plus lente cette fois que dans mes anciens essais.

» Mais, si l'on parvient à manifester l'élévation de température qui résulte de l'union du chloral gazeux et de l'eau gazeuse, en en réglant la proportion relative, comme je l'ai fait plus haut, je dois ajouter que cette opération est délicate et que rien n'est plus facile que d'observer dans la boule des températures égales ou inférieures à celles de l'enceinte : il suffit d'y faire arriver soit un excès de vapeur d'eau, ce qui égalise les températures, soit un excès de vapeur de chloral, ce qui abaisse la température intérieure. C'est ce que j'ai pris soin de vérifier, à dessein, en poursuivant l'expérience.

» On fait arriver la vapeur d'eau en abondance :

	Thermomètre de l'enceinte.	Thermomètre de la boule.
18e minute	99°,8	99°,8

» On fait arriver alors la vapeur de chloral en excès :

	Thermomètre de l'enceinte.	Thermomètre de la boule.
20e minute	99°,6	98°,4

» Il serait donc facile d'obtenir des résultats négatifs, si l'on ne prenait pas un soin minutieux pour régler les proportions relatives des deux vapeurs introduites dans la boule.

» On a fait alors la contre-épreuve, en ralentissant la vaporisation du chloral :

	Thermomètre de l'enceinte.	Thermomètre de la boule.
21e minute	99°,4	100°,0
22e »	99,7	100,8
23e »	99,5	100,8
24e »	99,4	100,9
25e »	100,2	101,1

» L'expérience a été poursuivie encore pendant dix minutes. Le thermomètre de la boule accusait toujours un excès sensible sur celui de l'enceinte. Cependant, la proportion du chloral diminuant, la vapeur d'eau finit par refluer jusque dans la cornue qui le renferme. On enlève alors cette cornue.

» Comme dernier contrôle, on fait alors circuler la vapeur d'eau seule, ce qui fournit :

	Thermomètre de l'enceinte.	Thermomètre de la boule.
	°	°
40e minute........................	100,1	100,1

au lieu de 99,9, observé sous la même pression : résultat qui accuse un léger déplacement du point 100 des instruments depuis l'époque, récente d'ailleurs, de sa détermination; le fait est bien connu des physiciens. Mais, que l'on adopte la valeur initiale 99,9 ou la valeur finale 100,1, il n'en demeure pas moins acquis que la température de l'espace où les deux vapeurs se sont rencontrées est demeurée supérieure, pendant plus de vingt-cinq minutes, de 1° environ à celle de l'enceinte ambiante et à la température même de la vapeur d'eau formée sous la pression normale.

» Ce résultat est décisif : il prouve que le chloral gazeux et l'eau gazeuse, par leur mélange à 100°, dégagent de la chaleur. Si ce résultat n'a pas été aperçu par M. Wurtz, c'est à cause du défaut de sensibilité de ses appareils, l'élévation de température produite étant très faible par les raisons suivantes : la combinaison, même totale, dégagerait peu de chaleur; la combinaison est progressive et s'accomplit seulement sur une fraction des composants, même rigoureusement mélangés, étant donnée la courte durée du contact des gaz au sein de la boule, qu'ils traversent rapidement; enfin le mélange des gaz est fort imparfait dans ces conditions et leurs proportions relatives sont mal réglées, conditions dont la moindre exagération suffirait pour rendre les expériences négatives. On voit pourquoi celles-ci ont peu de valeur en pareille matière. Le résultat positif que mes essais manifestent n'en est que plus démonstratif. Il prouve, je le répète, que l'hydrate de chloral gazeux se forme avec dégagement de chaleur.

» J'étais déjà parvenu à cette conclusion par une méthode inverse et qui ne démontre pas seulement l'existence du dégagement de chaleur, mais qui en fournit la mesure totale, parce qu'elle prend comme point de départ le composé tout formé [1]. Il suffit de mesurer, d'une part, la chaleur dégagée

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XII, p. 547.

lorsque l'hydrate de chloral gazeux se dissout dans une grande quantité d'eau et, d'autre part, lorsque le chloral anhydre gazeux et l'eau gazeuse, pris séparément, éprouvent la même transformation, l'état final étant identique et démontré tel. La différence entre les deux résultats, évaluée par deux procédés distincts, a été trouvée, pour 165^{gr},5 d'hydrate de chloral, comprise entre + 1,48 et + 1,96; le dernier nombre paraissant plus voisin de la réalité. Leur écart permet d'apprécier le degré de précision que l'on peut espérer de ce genre d'essais, précision limitée, car la grandeur des erreurs ici est absolue et non proportionnelle aux nombres observés; ce serait en méconnaître le caractère que de les apprécier autrement.

» Quoi qu'il en soit, tous les nombres obtenus sont positifs et ils expriment la chaleur dégagée, c'est-à-dire l'énergie perdue par la combinaison du chloral gazeux et de l'eau gazeuse. Le signe du phénomène qu'ils annoncent est confirmé par mes nouvelles expériences.

» J'ai fourni le détail des justifications indispensables à leur contrôle, et il me paraît démontré, par les expériences qualitatives, aussi bien que par les expériences quantitatives, que le chloral gazeux et l'eau gazeuse se combinent avec dégagement de chaleur, pour former l'hydrate de chloral gazeux. »

CHIMIE. — *Note sur l'hydrate de chloral;* par M. **Ad. Wurtz.**

« La Note insérée dans les *Comptes rendus* du 12 janvier par M. H. Sainte-Claire Deville ne contenant ni un fait ni un argument nouveau, je crois pouvoir me dispenser d'y répondre.

» En ce qui concerne les expériences dont notre confrère M. Berthelot vient d'entretenir l'Académie, je ferai remarquer :

» 1° Que l'appareil à double enceinte que j'ai employé dans mes dernières expériences réalise précisément les conditions qu'il a observées dans son appareil : la boule où les vapeurs se rencontrent est entourée d'une seconde enceinte chauffée par les vapeurs mêmes qui ont traversé la première, où plonge le thermomètre;

» 2° Que le chloral renferme toujours une petite quantité d'acide chlorhydrique contre lequel il faut se mettre en garde; aussi ai-je toujours observé la précaution de faire bouillir *d'abord* le chloral et de ne faire arriver la vapeur d'eau qu'au moment où les premières portions du chloral avaient déjà passé dans le récipient.

» Dans ces conditions je n'ai jamais observé la moindre élévation de température, soit à la pression ordinaire, soit à basse pression. J'ai constaté, au contraire, un petit abaissement de température, dans mon appareil, toutes les fois qu'il a pu se condenser une trace de chloral hydraté sur le thermomètre ou dans la première enceinte. M. Berthelot, opérant dans un autre appareil, a observé une légère élévation de température : avant de me prononcer, je demande la permission de prendre connaissance de son appareil et d'étudier les conditions où il a opéré. »

HYDRAULIQUE. — *Note sur l'utilité des lames courbes concentriques pour amorcer alternativement les siphons au moyen d'une colonne liquide oscillante.* Note de M. A. DE CALIGNY.

« Les lames courbes concentriques, au moyen desquelles j'ai depuis longtemps diminué la résistance de l'eau dans les coudes brusques, peuvent être employées à empêcher l'air de gêner l'écoulement dans les grands siphons alternativement amorcés par une colonne liquide oscillante.

» Quand les siphons, amorcés par un mouvement de bas en haut, ont un assez petit diamètre, la colonne liquide qui s'y élève jusqu'à leur sommet, puis se recourbe jusqu'à ce qu'ils soient amorcés en vertu du mouvement acquis de l'eau dans la première branche, n'est pas divisée par l'air. Il y a même un instant d'hésitation lorsque le mouvement acquis dont il s'agit n'est pas assez fort, de sorte que la colonne liquide peut dans ce cas revenir en arrière, sans que le siphon soit amorcé. On conçoit qu'il y a nécessairement une limite quant à la grandeur du diamètre d'un siphon ordinaire, dans chaque circonstance donnée, au delà de laquelle la colonne se divise en entrant dans la seconde branche, de sorte que celle-ci peut ne pas couler suffisamment pleine et que d'ailleurs il peut rester de l'air au sommet du siphon, de manière à gêner plus ou moins l'écoulement de l'eau.

» Il n'est pas nécessaire, pour obvier à cet inconvénient, de diviser le siphon de manière à le composer de plusieurs tubes ayant des sections circulaires ou carrées : il suffit de le diviser en plusieurs parties au moyen de lames courbes concentriques s'étendant sur toute la largeur de la section, parce que ce n'est point dans la largeur, mais dans la hauteur des sections, que consiste la difficulté de chasser l'air d'une manière convenable. Les siphons ayant des sections quadrangulaires paraissent être,

d'après cela, ceux dont l'emploi sera le plus commode. Dans des expériences que j'ai faites à Cherbourg, en septembre 1879, sur un appareil ayant un but très différent, j'ai eu occasion d'observer le mouvement de l'eau de bas en haut entre des lames courbes concentriques disposées dans un coude ayant des sections rectangulaires, et j'ai eu occasion de constater, ce qui était d'ailleurs évident, la régularité avec laquelle l'air était chassé entre ces lames par le mouvement ascensionnel d'une colonne liquide.

» La possibilité d'élargir les siphons au lieu de leur donner une section circulaire ou carrée a donc un avantage essentiel. On conçoit d'ailleurs que, si la section était circulaire ou carrée, il y aurait d'assez grandes différences pour les siphons ayant des sections considérables entre les hauteurs auxquelles seraient les sommets des siphons partiels formés par les lames courbes concentriques. Or, au delà de certaines limites, cela pourrait changer les conditions de l'emploi du mouvement acquis de bas en haut pour amorcer les siphons concentriques, de plus en plus longs à mesure qu'ils seraient plus élevés. Ceux qui seraient les moins élevés employant une partie du mouvement acquis de l'eau de bas en haut, ceux qui seraient à la fois les plus élevés et les plus longs pourraient être plus difficiles à amorcer dans certaines limites.

» Les considérations objet de cette Note modifient d'une manière intéressante l'étude des *fontaines intermittentes oscillantes* ou appareils à élever de l'eau, de mon invention, au moyen d'une chute d'eau sans aucune pièce quelconque mobile. J'ai publié sur ces appareils un Mémoire dans le *Journal de Mathématiques* de M. Liouville, en 1841. Ils avaient été présentés avec bienveillance à l'Institut par M. Arago depuis le 5 novembre 1838, parce qu'ils peuvent servir à l'explication de quelques fontaines intermittentes naturelles. Dans les expériences que je fis sur un de ces appareils en 1839, j'avais diminué graduellement, dans le sens de la hauteur, la section du sommet d'un siphon alternativement amorcé par une colonne liquide oscillante. Mais les considérations exposées ci-dessus permettent bien mieux d'éviter les difficultés résultant de cette manière d'amorcer les siphons et montrent d'ailleurs combien il est toujours utile de présenter des principes bien nouveaux, même quand on ne voit pas encore les moyens de les appliquer immédiatement à l'industrie. »

ACOUSTIQUE. — *Simplification des appareils audiphones américains destinés aux sourds-muets.* Note de M. D. Colladon.

« J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie le résumé d'expériences récentes, entreprises dans le but de procurer aux sourds-muets des appareils très simples et cependant assez efficaces pour qu'ils puissent distinguer les sons musicaux et même la parole (1).

» Vers la fin de 1879, un inventeur américain, M. R.-G. Rhodes, de Chicago, a pris une patente pour un appareil qu'il a appelé *audiphone*, et dont l'efficacité remarquable a été constatée par un grand nombre d'expériences, faites aux États-Unis d'Amérique pendant les mois de septembre, octobre, novembre et décembre 1879. Quelques essais, entrepris dans des instituts de sourds-muets, ont démontré que, par l'usage de cet instrument, beaucoup de sourds-muets arrivent assez promptement à distinguer les sons musicaux de quelques instruments, et même les articulations de la voix, et qu'avec le secours de cet audiphone leur éducation orale se trouve considérablement abrégée. Des résultats favorables ont été aussi constatés pour des personnes atteintes de surdité simple.

» L'instrument de M. Rhodes (2) est fabriqué en caoutchouc durci et ressemble à un de ces écrans de cheminée que l'on tient à la main. L'écran proprement dit, ou *disque*, est une large lame de caoutchouc durci, munie d'un manche de même matière; sa largeur est d'environ $0^{m},24$ et sa longueur de $0^{m},30$. Les trois côtés voisins du manche sont rectangulaires; le quatrième côté, opposé à la poignée, est découpé en arc de cercle. Près du sommet de cet arc de cercle, sont attachés des cordons qui aboutissent à une ouverture pratiquée au haut de la poignée. En tendant fortement les cordons, on force la partie la plus éloignée du manche à se courber comme un arc tendu, et un petit encliquetage, fixé vers cette ouverture, permet de rendre la tension permanente. En appliquant ensuite l'extrémité de la partie recourbée contre les dents de la mâchoire supérieure, les personnes sourdes entendent les bruits avec une sonorité très remarquable et distinguent assez bien les paroles articulées et toutes les notes des instruments de musique.

(1) Le prix de ces nouveaux appareils ne dépasse guère $0^{fr},50$. Ils peuvent aussi, dans certains cas, être utilisés par des personnes chez lesquelles le sens de l'ouïe est fort altéré.

(2) Le *Journal illustré* de Leslie du 13 décembre dernier, qui se publie à New-York, donne le dessin de cet instrument et quelques explications sur son emploi.

» Les sourds-muets chez lesquels les nerfs de l'audition ne sont pas totalement atrophiés peuvent, avec le même instrument, distinguer presque immédiatement les sons musicaux, hauts ou bas, de plusieurs instruments, et ceux de la voix humaine lorsqu'ils sont émis avec force près de l'appareil. S'ils ont déjà appris à prononcer des sons bien distincts et à articuler des mots, ils pourront, après un très court apprentissage, dirigé par un instituteur expérimenté, comprendre des mots ou des phrases, et les répéter distinctement; ils pourront aussi entendre leur propre voix, ce qui facilitera puissamment leur éducation orale. L'emploi de ces audiphones peut donc être un véritable bienfait pour les institutions de sourds-muets et pour la plupart de ceux qui sont affligés de cette infirmité.

» Malheureusement, le prix des écrans audiphones de caoutchouc durci est assez élevé; ils se vendent à Chicago, selon leur grandeur, depuis 10 jusqu'à 15 piastres; leurs dimensions possibles sont assez limitées et le caoutchouc durci est fragile par les temps froids.

» J'ai été consulté, il y a une dizaine de jours, sur l'efficacité d'un de ces appareils, importé d'Amérique, et sur son effet utile pour les personnes atteintes de surdité simple, comparativement à celui qu'on obtient avec des cornets acoustiques perfectionnés. Après l'avoir essayé et m'être convaincu de sa puissance pour recueillir les sons et les transmettre aux organes intérieurs, il m'a semblé probable que des appareils plus simples, composés d'autres substances, pourraient rendre les mêmes services acoustiques avec une dépense beaucoup moindre.

» J'ai fait de très nombreux essais sur des lames minces de natures diverses, métaux, bois, etc.; enfin, j'ai découvert une variété de carton mince laminé qui donne les mêmes résultats que le caoutchouc durci et qui permettrait d'obtenir à $0^{fr},50$ environ, au lieu de 50^{fr}, des appareils de même puissance acoustique.

» Les cartons qui m'ont donné ces résultats favorables portent, dans le commerce, le nom de *cartons à satiner*, ou *cartons d'orties;* ils sont remarquablement compactes, homogènes, élastiques et tenaces; ils sont aussi très souples, et, pourvu que leur épaisseur ne dépasse pas $0^{m},001$, une légère pression de la main, qui soutient un disque découpé dans une de ces feuilles de carton, tandis que son extrémité convexe s'arc-boute contre les dents de la mâchoire supérieure, suffit pour lui donner une courbure convenable, variable à volonté, sans fatigue pour la main ou les dents. Ainsi, un simple disque de ce carton, sans manche, sans cordons ni fixateur de tension, devient un audiphone tout aussi puissant que les appareils de

caoutchouc de l'inventeur américain. On peut rendre la feuille de carton imperméable en imbibant la partie convexe, celle qui s'appuie contre les dents, d'un enduit hydrofuge qui résiste à la vapeur de l'haleine.

» Je me suis assuré que les sons peuvent être transmis aux dents supérieures avec la même netteté en se servant d'une petite touche ou pince en



bois dur, de la dimension d'une sourdine de violon ou de violoncelle, munie d'une fente dans laquelle entre à frottement dur l'extrémité supérieure du disque, et en appuyant cette pince contre les dents supérieures ([1]).

» Entre diverses séances d'essais, auxquelles ont assisté des sourds-muets, j'en citerai une qui vient d'avoir lieu le 14 de ce mois en présence de quelques personnes, et notamment de l'habile instituteur de sourds-muets M. Louis Sager. M. Sager avait amené huit élèves sourds-muets, formés par lui, comprenant les phrases par le mouvement des lèvres de leur instituteur et prononçant plusieurs mots très distinctement.

» On a d'abord vérifié quels étaient ceux qui pouvaient percevoir de très près les sons d'un grand piano, et l'on a déterminé la distance à laquelle ils cessaient d'en être affectés sans appareil acoustique; quelques-uns ne ressentaient les vibrations que par les mouvements du parquet, recouvert

---

([1]) Mes essais me font entrevoir que l'épaisseur la plus convenable des cartons est comprise entre $0^{\mathrm{m}},0008$ et $0^{\mathrm{m}},001$, et que les dimensions des disques de grandeur moyenne peuvent être convenablement fixées à $0^{\mathrm{m}},28$ ou $0^{\mathrm{m}},30$ de largeur, sur $0^{\mathrm{m}},35$ à $0^{\mathrm{m}},38$ de hauteur maxima. En augmentant ces dimensions, la puissance est augmentée, mais cette augmentation n'est pas proportionnelle à l'étendue de la surface.

Je m'occupe à faire varier les formes des lames vibrantes et à combiner les effets de lames multiples conjuguées; mais ces essais sont trop récents pour que je puisse en présenter actuellement les résultats.

d'un tapis. Lorsqu'ils ont été munis de l'audiphone, ils ont tous indiqué que la sensation des sons était transmise distinctement à la tête, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, selon les individus. On a pu constater que, leurs yeux étant bien fermés, ils discernaient nettement les notes hautes des notes basses du piano, et aussi les sons du piano de ceux du violoncelle. La plupart étaient peu impressionnés par les sons du violon, surtout dans les notes hautes, qu'ils n'entendaient pas, ou fort peu.

» Enfin, d'autres expériences ont permis de constater que des paroles prononcées très près de l'audiphone peuvent être perçues par les sourds et muets, et même répétées distinctement par eux, pourvu qu'on les ait soumis à une préparation préalable.

» Quant aux personnes dont l'ouïe est altérée et surtout à celles qui ont de la peine à supporter le contact d'un corps solide avec l'ouverture de l'oreille, des disques de carton audiphones peuvent remplacer l'emploi des cornets acoustiques, et ils ont l'avantage d'être incomparablement moins coûteux. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. le **Ministre de la Guerre** prie l'Académie de vouloir bien inviter la Commission des paratonnerres à lui faire connaître son opinion sur les idées émises dans l'Ouvrage publié par M. *Melsens* sous le titre « Des paratonnerres à pointes, à conducteurs et à raccordements terrestres multiples ».

(Renvoi à la Commission des paratonnerres.)

M. **Martha-Becker** adresse une Note relative aux phénomènes des hivers rigoureux.

(Renvoi à l'examen de M. Hervé Mangon.)

M. F. **Billière**, M. **Aubréville** adressent diverses Communications relatives au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, une brochure de M. l'abbé *Moigno*, intitulée « Les droits de tous; principes fondamentaux, etc. ».

M. l'**Inspecteur général de la Navigation** adresse les états des crues et des diminutions de la Seine, observées chaque jour au pont Royal et au pont de la Tournelle, pendant l'année 1879.

Les plus hautes eaux ont été observées au pont Royal, le 9 janvier, à $6^{m},21$, et au pont de la Tournelle, les 8 et 9 janvier, à $5^{m},15$; les plus basses eaux au pont Royal, les 10, 15 et 17 octobre, à $1^{m},67$, et au pont de la Tournelle, le 10 octobre, à $0^{m},07$.

La moyenne a été de $2^{m},72$ au pont Royal et de $1^{m},53$ au pont de la Tournelle.

La Seine a commencé à charrier le 4 décembre et les glaces se sont arrêtées le 10 du même mois.

M. le **Secrétaire perpétuel** informe l'Académie qu'elle a reçu du Consul de France à Glascow une Communication relative à la production artificielle du diamant. L'auteur, par une information personnelle dont M. Daubrée a eu connaissance, demande qu'il ne soit donné aucune suite à cette dépêche.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture d'un passage d'une Lettre qui lui est adressée, et dont l'auteur propose, pour éviter les désastres que pourra produire la débâcle de la Loire, de scier par morceaux la banquise qui couvre le fleuve aux environs de Saumur.

M. le Secrétaire perpétuel fait remarquer, à cette occasion, que, si ses souvenirs sont exacts, un moyen semblable a été employé en 1855, par l'expédition dont faisait partie M. l'amiral Pâris, pour dégager des glaces les navires qui y étaient emprisonnés [1]. L'Académie entendrait sans doute avec intérêt les détails que notre confrère voudrait bien lui donner à cet

---

[1] Au commencement de ce siècle, l'ingénieur Venatz a sauvé la ville de Wiège, dans le Valais, en sciant une immense banquise de glace qui la menaçait et derrière laquelle se trouvait un lac qui aurait produit sans doute une inondation formidable.

(*Note de M. le Secrétaire perpétuel.*)

égard et qui pourraient peut-être recevoir leur application dans les circonstances actuelles.

M. l'amiral **Paris**, interpellé, demande la parole et s'exprime comme il suit :

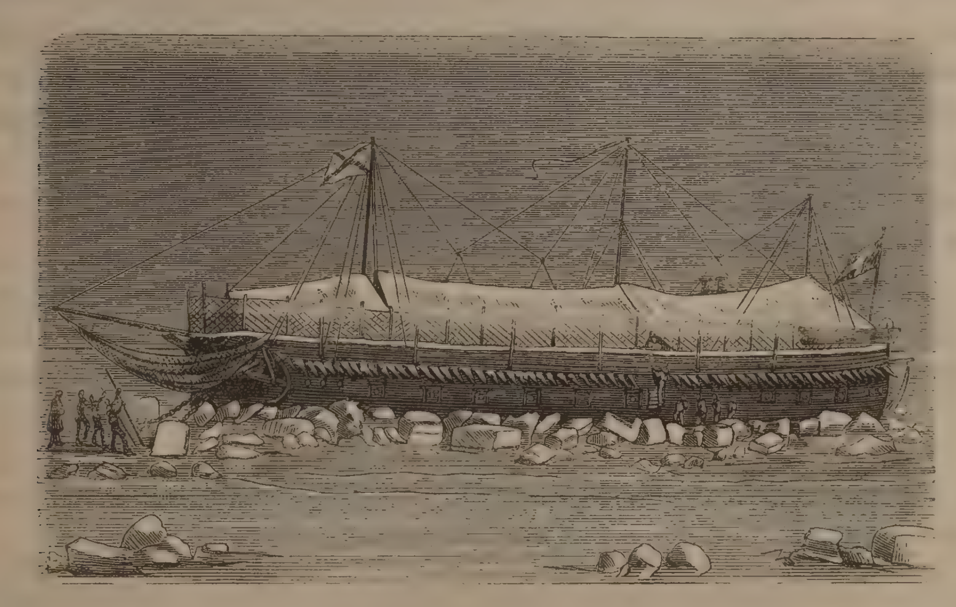
« La petite division navale laissée à la garde de Kil-Bouroun par l'amiral Bruat après la prise du fort avait l'ordre de se tenir dans l'intérieur du grand lac nommé le Liman du Boug et du Dnieper et de rester aussi près que possible du fort pour battre la longue plage de sable que forme la flèche de Kil-Bouroun. Les batteries flottantes furent amarrées avec une ancre et une chaîne de vaisseau à trois ponts et leurs propres ancres. Les canonnières et la bombarde furent approchées. Une première gelée survenue à la fin de novembre produisit une épaisseur de glace de $0^m,10$ à $0^m,12$, qui, lorsqu'elle se rompit, cassa une chaîne de trois ponts de l'une des batteries, qui fut jetée hors du Liman et resta tout l'hiver en pleine côte, tandis qu'une autre batterie traîna son ancre à plus de 2^{km} et resta éloignée du fort lorsque la division fut définitivement prise dans les glaces



pour le reste de l'hiver. L'épaisseur s'accrut rapidement jusqu'à 1^m et permit de transporter sur des traîneaux non seulement les vivres, mais une ancre de 2000^{kg} à 2500^{kg} déposée à terre. Il en résultait qu'une attaque sur la glace était très possible et que la petite élévation des navires en aurait permis l'escalade, d'autant plus que les canons de 50 ne pouvaient guère être employés contre des hommes, bien qu'ils en eussent dix pour leur

service ou plutôt à cause de ce nombre. Il était donc naturel de chercher une défense dans des fossés maintenus pleins d'eau, et, après divers essais, on reconnut que la taille à la hache était très lente, difficile avec une grande épaisseur, et qu'elle couvrait les hommes de gouttes d'eau projetées et bientôt gelées quand on arrivait à la partie inférieure. On eut alors l'idée de faire des scies avec de la tôle de $0^m,003$ à $0^m,005$, coupée simplement à la tranche, ayant sur leur plat un trou à la partie inférieure pour y attacher un boulet estropé, tandis qu'en haut la tôle, chauffée, avait été gauchie et retournée pour former une douille dans laquelle passait une traverse en bois pour mettre quatre hommes, comme sur les bringueballes des pompes à incendie. La denture était grosse comme celle d'un harpon, mais triangulaire au lieu de pointes séparées et pas ou peu inclinée vers le bas. La longueur était de 2^m environ. Tant que la glace fut dure avec des froids au-dessous de $-20°$, ces scies ne mordaient guère et le travail était lent, mais elles s'émoussaient peu et il fallait rarement les limer.

» On les employa d'abord à découper des parallélépipèdes de la dimension des grosses pierres de taille sortant des carrières de Paris, et, quand ils étaient détachés, on passait dessous des cordes en trévire, comme pour monter ou descendre des barriques, et avec des barres de cabestan ou des avirons on



soulevait le bloc sur la glace. C'est ainsi que chaque navire était entouré d'un fossé de 3^m environ ou plus, en conservant quatre nervures pour le rendre immobile et permettre ainsi le pointage anticipé en cas d'attaque. Il fallait casser la glace jusqu'à deux fois par nuit pour maintenir la nappe liquide.

» Lorsque le dégel commença à diminuer l'épaisseur de la glace et que la crainte de la débâcle rendit important de dégager les navires les plus voisins du bout de la flèche de Kil-Bouroun, les mêmes scies furent employées à dégager un navire nolisé par la guerre ([1]) au moyen de deux traits de scie dirigés en V ouvert, puis une batterie flottante, pour laquelle on fit deux traits de scie, l'un de 1100^m, l'autre de 700^m à 800^m, en suivant une ligne bien dressée de piquets et de lignes de sonde ; car la largeur d'un trait de scie est si petite, que, s'il y avait eu des ondulations, elles se seraient engrenées et le glaçon aurait été retenu. Lorsqu'il y avait de la gelée pendant la nuit il fallait recommencer le lendemain ; mais le dégel élargissait très promptement la coupure. On a ainsi creusé encore un canal de 11^m de large sur 700^m de long pour dégager une canonnière en faisant passer les glaçons derrière elle par un surcroît de largeur du canal et à mesure qu'on la faisait avancer.

» Tout ce qui précède n'est que pour montrer que, pour couper la glace, il ne convient pas d'employer la hache, à cause de ce qu'elle laisse dans la fente, du peu dont elle enfonce à chaque coup et enfin de l'eau qu'elle projette sur les hommes, mais que la scie est préférable et qu'elle ne doit pas être trop mince, surtout quand la glace devient molle.

» Je crois donc que dans une rivière, où l'on a un courant pour enlever à mesure les glaçons, ce qui manquait à Kil-Bouroun, il y a grand profit de temps et de travail à employer la scie. Il me semble que des traits perpendiculaires au courant et pas trop éloignés doivent laisser partir de longs glaçons, qui se cassent en route, et évitent de scier en damier. C'est ce qu'une courte expérience montrera facilement. Mais l'homme reste toujours bien petit lorsqu'il est forcé de lutter contre la nature. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe d'équations différentielles linéaires.* Note de M. E. **Picard**, présentée par M. Hermite.

« Les recherches de M. Hermite sur l'équation de Lamé ont appelé l'attention sur les équations linéaires du second ordre

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p\frac{dy}{dx} + qy = 0,$$

où p et q sont des fonctions doublement périodiques de première espèce, aux périodes $2K$ et $2iK'$. J'ai montré (*Comptes rendus*, 21 juillet 1879) que,

([1]) La glace avait alors de $0^m,20$ à $0^m,30$ d'épaisseur.

si cette équation admet une intégrale uniforme n'ayant dans tout le plan que des pôles, cette intégrale pourra être exprimée au moyen des fonctions H, Θ, ... de Jacobi. Je me propose de faire voir aujourd'hui que le même résultat s'étend à une équation linéaire d'ordre quelconque, où les coefficients sont des fonctions doublement périodiques de la variable.

» Considérons une fonction uniforme $f(x)$ telle que l'on ait

$$(1)\quad \begin{cases} f(x+2m\mathrm{K}) = \mathrm{A}_1 f(x) \\ \qquad + \mathrm{A}_2 f(x+2\mathrm{K}) + \ldots + \mathrm{A}_m f[x+2(m-1)\mathrm{K}], \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} f(x+2mi\mathrm{K}') = \mathrm{B}_1 f(x) \\ \qquad + \mathrm{B}_2 f(x+2i\mathrm{K}') + \ldots + \mathrm{B}_m f[x+2(m-1)i\mathrm{K}'], \end{cases}$$

les A et les B étant des constantes, et m un entier positif. J'envisage l'expression

$$(3)\quad f[x+2(m-1)\mathrm{K}] + \mu_1 f[x+2(m-2)\mathrm{K}] + \ldots + \mu_{m-1} f(x).$$

On peut choisir les constantes $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{m-1}$ de manière que cette fonction se reproduise à un facteur constant près par le changement de x en $x+2\mathrm{K}$; il suffira que l'on ait

$$\mathrm{A}_m + \mu_1 = \frac{\mathrm{A}_{m-1} + \mu_2}{\mu_1} = \ldots = \frac{\mathrm{A}_2 + \mu_{m-1}}{\mu_{m-2}} = \frac{\mathrm{A}_1}{\mu_{m-1}}.$$

» On forme sans peine l'équation de degré m donnant μ_1. Supposons que cette équation ait ses racines distinctes, ce qui arrivera en général; nous aurons alors m systèmes de valeurs de $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{m-1}$ pour lesquels l'expression (3) se reproduira à un facteur constant près par le changement de x en $x+2\mathrm{K}$. On s'assure aisément que le déterminant formé par ce système en y adjoignant une colonne dont les termes sont égaux à l'unité n'est pas nul, et l'on en conclut alors que

$$f(x) = \varphi_1(x) + \varphi_2(x) + \ldots + \varphi_m(x),$$

les m fonctions φ se reproduisant à un facteur constant près, différent pour chaque fonction, quand on change x en $x+2\mathrm{K}$. En substituant cette valeur de $f(x)$ dans l'équation (2), on voit que chaque fonction φ satisfait à une relation de la forme (2), et l'on établira, en suivant la même marche que précédemment, que chacune de ces fonctions est la somme de m fonctions se reproduisant à un facteur constant près par le changement de x

en $x + 2iK'$; $f(x)$ est, par suite, la somme de m^2 fonctions doublement périodiques de seconde espèce.

» Nous avons supposé que l'équation de degré m donnant μ_1 avait ses racines distinctes. Le cas où plusieurs de ses racines seraient égales peut être considéré comme cas limite du cas général; il y aura simplement alors dans la fonction un changement de forme analytique, et l'on pourra dans tous les cas exprimer $f(x)$ au moyen des fonctions de Jacobi.

» Soit maintenant une équation linéaire d'ordre m, à coefficients doublement périodiques; cette intégrale devra nécessairement, d'après la forme de l'équation, satisfaire à deux relations de la forme (1) et (2), les A et les B étant des constantes : la proposition que nous avions en vue se trouve dès lors établie. On peut aller plus loin; $f(x)$ est, dans le cas général, la somme de m^2 fonctions de seconde espèce : il est aisé d'établir qu'ici $m^2 - m$ de ces fonctions devront être identiquement nulles, et $f(x)$ sera, par suite, la somme de m fonctions doublement périodiques de seconde espèce.

» Considérons, comme application, l'équation linéaire du troisième ordre

$$\frac{d^3y}{dx^3} + (h - 6k^2 \operatorname{sn}^2 x)\frac{dy}{dx} + h_1 y = 0,$$

où $\operatorname{sn} x$ est la fonction elliptique ordinaire de module k, h et h_1 sont deux constantes quelconques. Son intégrale générale est uniforme : c'est ce qui peut facilement se reconnaître d'après les principes de M. Füchs. Trois de ses intégrales auront la forme

$$y = \frac{\mathrm{H}(x+\omega)}{\Theta(x)} e^{\left[\lambda - \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)}\right]x},$$

λ et ω étant deux constantes convenablement choisies.

» En substituant cette expression de y dans l'équation différentielle, on trouve les relations

$$h - (1+k^2) + 3(\lambda^2 - k^2 \operatorname{sn}^2\omega) = 0,$$
$$h_1 = 2\lambda^3 - 6\lambda k^2 \operatorname{sn}^2\omega + 2\lambda(1+k^2) - 4k^2 \operatorname{sn}\omega \operatorname{cn}\omega \operatorname{dn}\omega.$$

» L'élimination de λ entre ces équations donne

$$h_1 + 8h_1 k^2 \operatorname{sn}\omega \operatorname{cn}\omega \operatorname{dn}\omega + \mathrm{M} \operatorname{sn}^2\omega + \mathrm{N} = 0, \tag{4}$$

où M et N sont des polynômes en h. Le premier membre de cette dernière équation, considérée comme fonction de ω, est une fonction doublement périodique aux périodes $2K$ et $2iK'$, ayant l'infini triple iK'; l'équation (4)

a donc trois racines dans le parallélogramme des périodes, et l'on obtient bien ainsi trois intégrales de la forme indiquée. Si l'on fait dans ces calculs $h_1 = 0$, ils se réduisent à ceux que l'on effectue quand on intègre l'équation de Lamé, pour le cas de $n = 2$, en suivant la méthode de M. Hermite. »

PHYSIOLOGIE. — *Recherches expérimentales et cliniques sur l'anesthésie produite par les lésions des circonvolutions cérébrales.* Note de M. R. **Tripier**, présentée par M. Vulpian.

« Dans un premier travail, nous avons démontré que l'ablation d'une petite portion du gyrus sigmoïde chez le chien donnait lieu à des phénomènes parétiques du côté opposé, non seulement pendant les premiers jours qui suivent l'opération, mais même jusqu'à la mort des animaux. Nous avons ainsi établi « qu'aucun chien n'a présenté une guérison com- » plète, un retour à l'état normal ». (*Revue mensuelle*, septembre 1877.)

» Les mêmes lésions donnent aussi lieu à une diminution persistante de la sensibilité générale. Les sens spéciaux sont peut-être atteints, mais ils le sont très probablement après des crises convulsives et lorsque les lésions sont plus étendues.

» Chez le singe, une lésion même très limitée de la couche corticale motrice donne lieu tout à la fois à une parésie et à une diminution de la sensibilité du côté opposé.

» Parmi les physiologistes qui ont étudié les troubles consécutifs aux lésions des couches corticales du cerveau, les uns, niant les troubles de la sensibilité, n'admettent que ceux de la motilité, et les autres, constatant la diminution de la sensibilité, attribuent les troubles du mouvement à la perte de la sensibilité tactile (Schiff), à la perte de la conscience musculaire (Hitzig), à la paralysie du sens musculaire (Nothnagel), à la perte de la puissance de perception (Goltz et Gergens) ou à une paralysie psychique (Munk).

» Nos expériences nous permettent de conclure : 1° que les troubles persistants du mouvement doivent être attribués à une parésie persistante; 2° que les troubles de la sensibilité, aussi incontestables que ceux de la motilité, ne jouent aucun rôle dans les désordres du mouvement; 3° que les troubles fonctionnels occasionnés par la diminution de la sensibilité sont identiques chez les animaux et chez l'homme, qu'ils consistent seulement dans la perte de la sensation de contact et de la notion de position

des parties affectées, à un degré plus ou moins marqué, et qu'enfin ils ne produisent jamais d'ataxie des mouvements.

» On admet généralement que chez l'homme les fibres sensitives qui se trouvent à la partie postérieure de la capsule interne se rendent à la périphérie de l'hémisphère, sans que les théories de Meynert ou de Ferrier aient été confirmées par des observations pathologiques. Or, il résulte de nos observations que les lésions du lobe occipital et de la circonvolution unciforme ne produisent pas d'anesthésie notable, tandis qu'on peut rencontrer une diminution plus ou moins marquée de la sensibilité avec des lésions situées sur la région fronto-pariétale. La zone regardée par les auteurs comme uniquement motrice possède aussi, suivant nous, une influence incontestable sur la sensibilité. Elle doit donc plus rationnellement être désignée sous le nom de *zone sensitivo-motrice*. Nous ajouterons que les lésions de cette même région peuvent troubler les organes des sens et l'intelligence, bien que nos recherches n'aient pas porté spécialement sur ce point.

» On ne peut pas objecter que les lésions de cette zone donnent lieu à des troubles de la sensibilité en agissant directement ou indirectement sur le faisceau sensitif de Meynert, puisque les lésions situées au niveau ou dans le voisinage de ce prétendu faisceau ne produisent pas d'anesthésie ou déterminent seulement des troubles légers de la sensibilité, et que ceux-ci augmentent à mesure que les lésions s'en éloignent pour se rapprocher du sillon de Rolando. C'est sur les circonvolutions voisines de ce sillon que les lésions produisent leurs effets les plus prononcés. Avec des lésions limitées l'anesthésie n'est, du reste, jamais complète. Elle peut être plus ou moins marquée au début; mais en général elle diminue assez vite d'intensité, pour disparaître rapidement si l'hémiplégie est très passagère ou pour laisser des traces plus ou moins accusées si elle a duré un certain temps.

» Les lésions qui font prédominer la paralysie sur telle ou telle partie du corps rendent également plus appréciable sur les mêmes parties la diminution de la sensibilité. Ce sont les mêmes causes qui influent sur l'intensité et la durée des troubles de la motilité et de la sensibilité. Toutes choses égales d'ailleurs, les lésions les plus étendues sont celles qui ont le plus d'action sur ces troubles. Plus ceux-ci sont intenses au début et de longue durée, plus il y a de chances pour qu'ils soient faciles à apprécier et qu'ils persistent indéfiniment. Les lésions qui agissent par une compression lente et progressive des couches corticales, ne produisant pas ou produisant seulement des troubles légers de la motilité, ont encore moins de

tendance à déterminer des troubles de la sensibilité. Par contre, le début brusque de l'affection est une des conditions les plus favorables pour la production de l'un et de l'autre ordre de troubles. C'est à ce moment qu'ils offrent leur maximum d'intensité. Il en est de même lorsque la lésion provoque des accidents convulsifs. Nous avons toujours trouvé, chez l'homme comme chez les animaux, que les parties affectées présentent après la crise une diminution plus ou moins notable de la motilité et de la sensibilité.

» En outre, ces crises convulsives, déterminées par une lésion même minime des circonvolutions cérébrales, ont une grande influence sur la persistance des troubles de la motilité et de la sensibilité.

» La connaissance des faits que nous avons cherché à mettre en lumière permettra d'éviter les erreurs de diagnostic qui, suivant les données actuelles, consisteraient à localiser au niveau de la partie postérieure de la capsule interne *toutes* les lésions donnant lieu à un certain degré d'anesthésie. On distinguera les différents cas par les caractères de l'anesthésie et par les symptômes concomitants.

» Nos recherches nous paraissent encore présenter de l'intérêt au point de vue de la physiologie des circonvolutions cérébrales. Du moment où une même lésion produit à la fois des troubles de la motilité, de la sensibilité générale, des sensibilités spéciales et de l'intelligence, on peut en conclure que la partie qui en est le siège a non seulement une influence sur ces diverses fonctions, mais encore qu'elle établit entre elles un rapport pouvant rendre compte de la relation qui existe entre les phénomènes sensitifs et moteurs sous le contrôle des facultés intellectuelles. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les plantes qui servent de base aux divers curares.* Note de M. G. Planchon, présentée par M. Chatin.

« La question de l'origine du curare s'élucide chaque jour davantage, et, grâce aux matériaux récemment apportés par les voyageurs, on peut établir que les plantes qui servent de base au poison américain appartiennent toutes au genre *Strychnos*. Les espèces d'autres familles qui entrent dans sa composition n'y jouent qu'un rôle secondaire.

» Nous connaissons actuellement quatre régions distinctes qui sont des centres de préparation du curare et pour chacune desquelles nous pouvons indiquer une plante principale, expliquant à elle seule les effets du toxique. Ce sont, dans l'ordre des dates où elles ont été connues :

» 1° La Guyane anglaise, donnant le curare des Indiens Macusis. Schomburgk a établi que l'espèce importante de cette région est le *Str. toxifera* Schb., accompagné du *Str. Schomburgkii* Klotsch et du *Str. cogens* Benth.

» 2° La région de la haute Amazone, très étendue, donnant le curare des Indiens Pebas, du Javari, du Yapura, etc., etc. La plante qui sert de base à ce curare a été trouvée lors de l'expédition de M. de Castelnau et décrite par M. Weddell sous le nom de *Str. Castelnœana*. Elle est associée d'ordinaire à une ménispermée, probablement à l'*Abuta* : c'est le *Cocculus toxicoferus* Wedd. M. Jobert et M. Crévaux ont récemment rapporté ces espèces et confirmé les données de M. Weddell.

» 3° La région du rio Negro. Les racines, tiges et feuilles de l'espèce importante de cette région m'ont été communiquées lors de l'Exposition universelle de 1878, et j'ai eu l'occasion de les décrire dans le *Journal de Thérapeutique*. La nervation caractéristique des feuilles, la structure anatomique des racines et des tiges nous montrent qu'il s'agit bien d'un *Strychnos* qui ne répond à aucune espèce connue et pour lequel je propose le nom de *Str. Gubleri,* pour rappeler le dernier travail du savant et regretté thérapeutiste sur le curare du rio Negro.

» 4° La haute Guyane française, donnant le curare des Indiens Roucouyennes et Trios. L'espèce importante est la plante dont j'ai signalé la structure anatomique dans ma Communication à l'Académie du 22 décembre 1879. C'est la plus intéressante des deux espèces nouvelles de *Strychnos* rapportées par M. J. Crévaux de ses récentes explorations. Elle porte, sur le bord de la rivière Parou, un des affluents du cours inférieur de l'Amazone, le nom d'*ourari* ou *urari;* mais elle est parfaitement distincte des plantes qui ont été ainsi désignées dans les autres régions. Elle ne ressemble en rien au *Str. toxifera;* elle ne répond exactement ni au *Str. Schomburgkii* ni à la description du *Str. cogens.* Je propose de lui donner le nom de l'intrépide voyageur qui l'a découverte et qui a bien voulu me confier, dès son arrivée en Europe, les matériaux qui m'ont permis d'en établir les caractères principaux.

» *Strychnos Crevauxii.* — Liane de 40^m à 45^m de haut. Racine à écorce rougeâtre; grosse tige à écorce grisâtre; bois criblé de lacunes visibles à l'œil. Rameaux nombreux, portant des cirrhes en crosse, renflés à leur extrémité, les plus jeunes couverts de poils courts et jaunâtres. Feuilles médiocrement épaisses, coriaces, longues de $0^m,05$ à $0^m,08$, courtement acuminées, atténuées à la base sur un pétiole de $0^m,004$ à $0^m,005$ de long; face supérieure glabre et luisante; face inférieure opaque, portant des poils rares et courts sur les grosses

nervures et sur le pétiole. Nervure médiane saillante, d'où se détachent, à la base même, deux fines nervures qui courent le long des bords, et, à une certaine hauteur au-dessus de la base, deux autres nervures, curvilignes et plus marquées, se dirigeant vers le sommet. Inflorescence axillaire, très courte, à bractées opposées, portant de petites fleurs pédicellées. Calice à cinq divisions courtes, lancéolées; corolle infundibuliforme, à cinq divisions valvaires réfléchies après leur développement, couvertes sur la face interne de poils blanchâtres. Cinq étamines à anthères fixées au filet par le dos. Ovaire globuleux, surmonté d'un long style, légèrement dilaté et bilobé au sommet. Fruit....

» Une particularité assez curieuse de cette espèce, c'est la présence, à l'aisselle de beaucoup de feuilles, de petits rameaux plus ou moins divisés, très grêles. L'axe de ces rameaux et leurs nombreuses petites feuilles opposées, de $0^m,002$ à $0^m,005$ de long, sont couverts de poils courts et recourbés. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Sur les confluents linéaires et lacunaires du tissu conjonctif de la cornée.* Note de M. J. Renaut, présentée par M. Bouley.

« I. La cornée transparente est, comme on sait, formée de lames de tissu connectif, dans la constitution desquelles le tissu jaune élastique ne prend aucune part et dont les éléments fibrillaires sont noyés dans une substance qui les unit et les relie, et qui est analogue à la chondrine. En grande majorité, ces lames sont superposées, comme les pages d'un livre, concentriquement et suivant la courbure générale de la cornée; sur une coupe passant par le centre de courbure de cette dernière, elles se montrent comme les traits de cercles concentriques; je les appellerai *lames zonales*. Dans l'état normal, ces lames zonales sont appliquées exactement les unes sur les autres et adhérentes entre elles. L'action des acides faibles (formique, acétique, citrique) rend cette adhérence moins intime et permet de les cliver. Chez l'homme et les animaux supérieurs, la solidité du système de lames superposées est en outre assuré par une disposition particulière. Des faisceaux de fibres, ou même des lames cornéennes parties du voisinage de la zone élastique postérieure, montent à peu près perpendiculairement à travers les lames zonales et les relient solidement comme le feraient des chevilles. La direction générale de ce système de lames est sensiblement celle de plans méridiens par rapport à l'ellipsoïde oculaire; c'est pourquoi je lui ai donné le nom de *système des lames méridiennes*. Si l'on fait une coupe de la cornée et si, après l'avoir déposée sur la lame porte-objet et recouverte d'une lamelle, on la comprime légèrement avec la pointe d'une aiguille à dissocier, les lames zonales et les lames méridiennes s'écartent mécaniquement les unes

des autres, et l'on développe ainsi une série de cavités irrégulières, limitées en avant et en arrière par deux lames zonales écartées, et latéralement par deux lames méridiennes qui coupent les premières à angle droit ou plus ou moins aigu. Ces cavités répondent aux *espaces interlamellaires* décrits par M. Henle. Ce sont ces cavités artificielles que l'on met en évidence et que l'on remplit quand on fait une injection interstitielle de la cornée.

» II. Les lames zonales sont, dans la cornée de la grenouille (*R. esculenta*), disposées les unes au-dessus des autres. Elles sont striées par les fibrilles connectives qui les traversent, et les stries sont, dans une même lamelle, parallèles les unes aux autres. Dans les lames successives existe donc une striation générale propre à chacune d'elles et croisée à angle droit, aigu ou obtus avec le système de striation de la lame qui est au-dessus et de celle qui est au-dessous. En outre, sur les cornées traitées par le jus de citron pendant vingt minutes, dissociées, puis examinées dans un mélange de jus de citron et d'eau iodée à parties égales, on voit que chaque lamelle est parcourue *par un système de fentes*.

» Les fentes sont étroites, rectilignes. Leur trait se poursuit sur une longueur plus ou moins grande dans le sens de la striation fibrillaire de la lame zonale. Sur ces fentes en tombent une série d'autres dirigées exactement dans le sens de la striation fibrillaire de la lame qui est au-dessus et de celle qui est au-dessous. Dans le cas le plus simple, une fente linéaire est abordée par trois, quatre ou cinq traits, qui tombent sur elle à angle variable. Dans le cas le plus compliqué, les fentes linéaires suivent d'abord la direction du système de stries propre à la lame considérée, s'arrêtent brusquement, prennent la direction d'un système de striation adjacent, reprennent leur direction première, reviennent à la seconde, etc., et vont ainsi rejoindre une autre fente en dessinant une sorte d'escalier.

» Il résulte de ce qui précède que certaines lames zonales de la cornée sont mises en communication avec les lames adjacentes par un système de *fentes linéaires* dont les *confluents sont également linéaires*.

» III. Mais, ordinairement, entre deux lames fenêtrées de cette façon sur un point limité est comprise une portion de lame zonale parcourue à la fois par des fentes linéaires et montrant en outre, à intervalles réguliers, une disposition particulière. Les fentes, au lieu de se croiser sur ces points à la façon d'un système de lignes droites, présentent à leur lieu de concours une large perte de substance qui intéresse toute l'épaisseur de la lamelle. J'appelle ces pertes de substance *confluents lacunaires*. A leur niveau la substance propre de la lamelle a cessé d'exister. Les confluents lacu-

naires ont un bord festonné; chaque feston saillant en dehors se poursuit sous forme de fente linéaire, qui va soit rejoindre un feston d'un confluent voisin, soit former avec d'autres fentes une série de confluents linéaires. On remarque en outre qu'*au-dessus et au-dessous de chaque confluent* les portions de lames cornéennes qui en forment la voûte et le plancher sont simplement parcourues par des fentes et des confluents linéaires.

» IV. Chaque confluent lacunaire est exactement rempli par le corps protoplasmique d'une cellule fixe de la cornée. Ce protoplasma forme une lame aplatie dont l'épaisseur est limitée par celle de la lame à confluents lacunaires à laquelle il appartient. Le protoplasma se poursuit, sous forme d'expansions, dans les fentes linéaires qui partent latéralement du confluent lacunaire et dans celles qui forment sa voûte et son plancher. Ces expansions vont rejoindre leurs similaires émanées des cellules fixes d'une même lame ou de celles contenues au sein des lames qui sont au-dessus ou au-dessous. En vertu de cette disposition, le réseau des cellules fixes est rendu continu, et ces éléments sont maintenus étalés, par leurs prolongements pincés dans les fentes, parallèlement à la surface de la cornée. Il est facile de mettre en évidence les faits qui précèdent en traitant une cornée de grenouille successivement par l'acide formique au cinquième pendant dix minutes, puis par le chlorure d'or à 1 pour 100 pendant vingt-quatre heures, et enfin par l'acide formique au tiers durant le même temps, avant de la diviser en lamelles. Ces dernières sont alors colorées en violet clair, les cellules fixes en bleu ardoisé, et les fentes qui partent des confluents et qui les recouvrent se montrent sous forme de doubles traits noirs, comme tracés à l'encre, le long desquels la lumière monochromatique dessine des franges de diffraction.

» Il y a lieu de penser que les lames cornéennes sont, du moins de place en place, alternativement munies de confluents linéaires et de systèmes de confluents lacunaires, car la lamelle la plus superficielle, sur laquelle repose l'épithélium, n'est pas recouverte de larges plaques à bords taillés en escalier. Cependant de nouvelles recherches me paraissent nécessaires sur ce point particulier. En tout cas, à la notion d'un système de canaux du suc doit être substituée, je crois, pour la cornée, celle d'un système de fentes remplies par les expansions protoplasmiques des cellules fixes. »

ZOOLOGIE. — *Sur la parturition du Marsouin commun* (Phocæna communis). Note de M. S. **Jourdain**, présentée par M. Alph. Milne Edwards.

« Le 12 janvier dernier, un pêcheur de Saint-Vaast-la-Hougue (Manche) m'apporta un Marsouin commun qu'il venait de trouver mort et échoué sur le rivage de la Hougue. Ce Cétacé était une femelle. L'état de dilatation de l'orifice génital et la facilité avec laquelle la pression faisait sourdre le lait des mamelons me donnèrent à penser que cette femelle avait mis bas récemment.

» Le pêcheur désirant utiliser la chair et la graisse de l'animal, je dus me contenter de retirer les viscères et de détacher la portion des téguments qui entourait la vulve et l'orifice anal. Au cours de cette opération, la pression exercée sur les organes génitaux internes fit brusquement sortir un fœtus long de $0^{m},32$, possédant déjà la coloration de l'adulte. Je crus tout d'abord que cette pression, peu ménagée, avait, chez le Cétacé près de mettre bas, déterminé la déchirure des enveloppes, la rupture du cordon et l'expulsion brutale du fœtus. Je fendis longitudinalement le vagin et les cornes de l'utérus pour rechercher les annexes du fœtus : à ma grande surprise, il n'en existait aucune trace.

» L'état du vagin et du col utérin indiquait une parturition récente. D'autre part, il ne me semble pas que la section du cordon puisse être attribuée à une cause accidentelle, l'extrémité du tronçon assez court saillant au dehors de l'ouverture ombilicale étant amincie et flétrie, comme on le voit chez les Mammifères dans les cas de délivrance normale. La parturition du Marsouin doit donc présenter des conditions exceptionnelles.

» L'interprétation la plus probable me paraît être la suivante. Lorsque les enveloppes fœtales se sont rompues comme à l'ordinaire, le fœtus, mis en liberté dans l'intérieur des voies génitales, se sépare du placenta, dont le cordon se sectionne par un procédé que je ne saurais préciser. Alors l'arrière-faix est seul expulsé, tandis que le fœtus demeure dans l'une des cornes utérines et dans le vagin, position que sa taille lui assigne.

» Combien de temps le jeune Cétacé séjourne-t-il ainsi dans le sein de sa mère? Et, si cette *supergestation* a une certaine durée, comment s'effectuent la respiration et l'alimentation? Je ne sais si le colostrum existe chez les Marsouins, mais ce qui me frappa lorsque l'instrument tranchant divisa les glandes mammaires, ce fut l'abondance du lait et son aspect crémeux. J'ai

pensé qu'il y avait intérêt à signaler ces faits à l'attention des observateurs qui auraient la bonne fortune, malheureusement assez rare, d'examiner quelque Cétacé au moment de la parturition.

» En pratiquant l'autopsie du fœtus, j'ai fait quelques remarques que je crois devoir relater ici. Le canal artériel n'avait guère perdu de son calibre; il apparaissait encore comme la continuation de l'artère pulmonaire envoyant à droite et à gauche deux branches grêles aux organes respiratoires. L'essai pratiqué sur les poumons par la méthode classique indiquait que le jeune animal n'avait pas encore respiré l'air en nature. Le cône glottique était déjà profondément engagé dans l'ouverture postérieure des fosses nasales. Le jeune Cétacé ne peut donc teter comme les Mammifères ordinaires. Le lait doit être extrait de la mamelle par la pression des lèvres et des mâchoires, et peut-être aussi par la contraction réflexe ou volontaire des muscles qui entourent la glande mammaire. »

ÉCONOMIE RURALE. — *De l'influence des climats sur la maturation des blés.* Note de M. **Balland**.

« De toutes les causes qui agissent sur la maturation des récoltes, il n'en est pas qui aient d'action plus directe que la chaleur et la lumière. A ce point de vue, il m'a semblé intéressant de rapprocher des observations faites par M. Hervé Mangon à Sainte-Marie-du-Mont, dans la Manche (*Comptes rendus*, séances des 10 et 17 novembre 1879), quelques observations analogues entreprises à Orléansville, dans notre colonie algérienne.

» Voici d'abord quelques détails sur la climatologie de ce centre agricole, particulièrement favorable à la culture des céréales.

» Orléansville se trouve à peu près sous la même longitude que Rouen, par 36°,15 de latitude nord, au centre de la vallée du Chéliff et à 136^{m} au-dessus du niveau de la mer. La présence des montagnes, souvent élevées (l'Ouaransenis a une altitude de 1991^{m}), qui enserrent cette vallée de trois côtés, au nord, à l'est et au sud, expliquent les chaleurs excessives qui y règnent en été. L'hiver y est fort tempéré; les pluies n'apparaissent que vers la fin d'octobre et en novembre et décembre.

» Dans la classification des climats algériens, proposée par M. Mac-Carthy, Orléansville se rattache au climat maritime.

» La température moyenne de l'hiver (décembre, janvier, février) a été de 11°,77 pour 1876-77, de 9°,71 pour 1877-78 et de 11°,96 pour 1878-79.

» La température moyenne de l'été (juin, juillet, août) a été de 30°,5 en 1877; 29°,7 en 1878 et 29°,98 en 1879 : c'est la température moyenne de l'été à Laghouat, qui est en plein climat saharien.

» Les plus basses températures s'observent en janvier : —1°,5 en 1877, 0° en 1878 et + 2° en 1879.

» Les plus hautes, du 15 juillet au 15 août : 47°,4 en 1877, 47°,8 en 1878 et 46° en 1879. Laghouat atteint à peine 45°.

» La température moyenne annuelle a été de 20°,06 en 1877, 19°,7 en 1878 et 19°,4 en 1879.

» La pression barométrique moyenne est de 749mm.

» Les données qui précèdent résultent du dépouillement des observations journalières prises à la station météorologique de l'hôpital militaire d'Orléansville, conformément aux instructions du Conseil de santé des armées. Celles qui suivent ont la même origine : la température moyenne de chaque jour a été obtenue en prenant la moyenne entre la température *maximum* et la température *minimum* de la journée; la température moyenne mensuelle est la résultante des températures moyennes journalières.

Températures moyennes mensuelles d'Orléansville en 1877, 1878, 1879.

	°	°	°
Janvier	11,0	7,8	11,7
Février	11,7	10,95	12,8
Mars	15,3	13,75	13,8
Avril	18,4	18,5	15,4
Mai	22,5	22,1	18,3
Juin	26,9	26,8	27,6
Juillet	32,0	30,7	30,05
Août	32,6	31,7	32,3
Septembre	27,1	27,2	24,3
Octobre	17,6	22,0	20,9
Novembre	15,2	13,5	16,5
Décembre	10,4	11,4	9,2

» Partant de là, et connaissant l'époque exacte, pour un champ donné, des semailles et des récoltes du blé, il nous est facile, ainsi que l'a fait M. Hervé Mangon, de déterminer le nombre de degrés de chaleur qu'il faut au blé pour arriver à maturité.

» Or, du blé semé à Orléansville le 2 novembre 1877 a été récolté le 11 mai 1878; du blé ensemencé le 14 novembre 1878 était récolté le 15 mai 1879.

» Le calcul établi montre que, pour atteindre son évolution complète, ce blé a dû emmagasiner 2498° de chaleur en 1877-78 et 2432° en 1878-79. Ce sont, très approximativement, les chiffres trouvés par M. Hervé Mangon pour le blé cultivé en Normandie (2365° pour une moyenne de neuf ans); mais, pour arriver à cette somme de chaleur, le blé en Normandie met en moyenne *deux cent soixante-dix jours*, tandis que dans la plaine du Chéliff il n'en met que *cent quatre-vingts*.

» Ces expériences, faites sur des blés de variétés différentes et sous des climats si opposés, offrent un exemple des liens d'étroite affinité qui relient entre eux les individus d'un même genre; elles prouvent, de plus, que les dissemblances que l'on constate dans la végétation de régions diverses sont moins profondes qu'un examen superficiel ne pourrait le faire supposer, et qu'elles obéissent en réalité à des lois que de nombreuses et exactes observations météorologiques permettront peut-être un jour de généraliser, au grand profit de l'Agriculture. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Remarques sur l'emploi de la pile de Smithson pour la recherche du mercure, particulièrement dans les eaux minérales*. Note de M. J. **Lefort**, présentée par M. Berthelot.

« Le couple voltaïque, or et étain, imaginé par le Dr Smithson pour déceler le mercure en quantité très minime a été, de la part d'Orfila, l'objet d'une critique qui n'est fondée qu'en partie. Ce chimiste avait en effet constaté que, lorsque l'appareil était laissé pendant un certain temps dans un liquide prétendu mercuriel, il se dissolvait un peu d'étain qui se déposait de nouveau sur la lame d'or, de manière que ce métal blanchissait même en l'absence du mercure.

» Il est évident que l'expérience, réduite à cette première partie de l'opération, peut conduire à un résultat douteux, voire même erroné; mais, l'étain n'étant pas volatil, il suffit de poursuivre l'analyse en chauffant la lame d'or dans un tube étroit, afin d'en chasser le dépôt qui y adhère, et de faire réagir ensuite, sur le sublimé métallique, de la vapeur d'iode, pour en obtenir du biiodure de mercure, d'une teinte rouge plus ou moins accentuée.

» Si le mélange sur lequel on opérait contenait réellement du mercure, l'opération que je viens de décrire ne laisse aucun doute sur l'exactitude et la sensibilité du procédé; mais là s'arrête la garantie de la pile

de Smithson, attendu que cet appareil électrique ne borne pas son action à la réduction des sels mercuriels.

» La recherche du mercure dans les eaux minérales m'a, en effet, permis de découvrir que les acides arsénieux et arsénique étaient très facilement réduits par la pile de Smithson. Or, comme l'arsenic métallique est volatil, ainsi que le mercure, et qu'avec l'iode il forme de l'iodure d'arsenic, d'une teinte rouge plus ou moins comparable à celle du biiodure de mercure, il en résulte que ce métalloïde et ce métal peuvent être facilement pris l'un pour l'autre, surtout si le microscope est nécessaire pour distinguer des quantités très minimes et de sublimé métallique et d'iodure rouge.

» On n'ignore pas que les courants électriques un peu énergiques réduisent les composés arsénifères, mais je ne crois pas qu'on ait fait des expériences spéciales pour savoir si le faible courant produit par un couple d'or et d'étain pouvait avoir le même effet. Voici qui lève tous les doutes à cet égard :

» 1° Si dans le produit de la concentration sous un petit volume d'une eau minérale arsenicale, comme celle de la Bourboule, acidulée par l'acide chlorhydrique, on abandonne pendant quelque temps une pile de Smithson, la lame d'or enroulée sur celle d'étain, on voit d'abord l'étain se recouvrir d'une poudre grise ou noirâtre, et ensuite l'or prendre une teinte brune métallique. La lame d'or, séchée après avoir été lavée, frottée avec le doigt, n'indique pas d'amalgame; mais, si on la chauffe dans un tube étroit, elle fournit un sublimé ayant un aspect un peu métallique, mais non mercuriel, et que la vapeur d'iode convertit en iodure rouge d'arsenic.

» Il est évident que sous l'influence du courant électrique, dont le pouvoir a été augmenté par la présence des sels minéraux de l'eau, l'acide arsénique a été réduit, et qu'un auteur non prévenu à l'avance de cette réaction pourrait attribuer au mercure ce qui appartient à l'arsenic.

» 2° Des expériences que j'ai fait connaître dans un Rapport à l'Académie de Médecine m'ont montré que le dépôt arsenical de la source du Rocher, à Saint-Nectaire (Puy-de-Dôme), ne contenait pas de mercure. J'ai fait dissoudre à chaud, dans l'acide chlorhydrique en léger excès, 20^{gr} de ce dépôt recueilli par moi à la source, et dans la solution j'ai placé une pile de Smithson, qui, après plusieurs heures seulement, s'est entièrement recouverte d'arsenic, sans la plus légère trace de mercure.

» 3° Dans 1^{lit} d'eau distillée, contenant quelques décigrammes d'arséniate

de soude et un léger excès d'acide chlorhydrique, j'ai plongé une pile de Smithson : après vingt-quatre heures, l'or a conservé sa teinte jaune, mais la lame d'étain s'est recouverte d'arsenic; après huit jours, la lame d'or, vers la face qui était plus ou moins adhérente à l'étain, était à son tour imprégnée d'arsenic.

» Il n'est donc plus douteux que, dans des cas spéciaux, la pile de Smithson peut faire confondre l'arsenic avec le mercure et faire commettre une erreur complète : tel est précisément le cas dans lequel s'est trouvé l'année dernière M. Willm (¹), qui a pu croire un instant à l'existence du mercure dans l'eau du Rocher, à Saint-Nectaire, alors que des expériences récentes, faites en commun, avec du dépôt et de l'eau recueillis par moi-même à la source, lui ont prouvé aujourd'hui tout le contraire.

» Un fait important se dégage de ces observations : c'est celui de la facile réduction des acides oxygénés de l'arsenic par les métaux, sous l'influence du plus faible courant électrique. Ainsi, une lame de cuivre rouge, plongée dans une solution d'acide arsénique au millième, ne change pas d'aspect; mais, si l'on y ajoute en plus de l'acide chlorhydrique, et surtout un peu de sel marin, il se dépose sur le cuivre de l'arsenic métallique.

» Une lame de cuivre est encore abandonnée pendant plusieurs jours dans 2^{lit} d'eau minérale de la Bourboule, et l'on y ajoute un peu d'acide chlorhydrique, d'abord pour décomposer l'arséniate de soude que l'eau contient naturellement ($0^{mgr},0284$ par litre), puis pour communiquer au mélange un faible courant électrique : on voit alors le cuivre s'imprégner peu à peu d'arsenic, qu'à première vue on pourrait prendre pour un dépôt mercuriel.

» Ce dernier résultat ne doit pas être perdu de vue au moment où des analyses imparfaites semblent faire considérer comme à peu près générale la diffusion du mercure dans les eaux minérales, et où l'emploi des copeaux de laiton pour la recherche du mercure par le procédé Furbringer est, en outre, indiqué (²). »

(¹) *Comptes rendus*, séance du 19 mai 1879.

(²) *Journal de Pharmacie et de Chimie*, t. XXVIII, 1878.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La lumière, le couvert et l'humus, étudiés dans leur influence sur la végétation des arbres en forêt.* Note de M. **Gurnaud**, présentée par M. P. Duchartre.

« L'humus provient, en forêt, des détritus végétaux dont la couche se renouvelle chaque année; l'influence du couvert sur la décomposition de ces substances organiques est bien connue, mais l'expérience suivante la fait ressortir à un point de vue nouveau et très important, à mon avis, pour la Sylviculture.

» Cette expérience, qui dure depuis dix-sept ans, a pour but d'étudier la marche de l'accroissement en cubant périodiquement les futaies d'une parcelle de $13^{ha},32$ comprise dans une forêt de la chaîne du Jura. Le peuplement est un mélange de sapins et de bois feuillus, ces derniers en taillis et formant un couvert peu élevé. Les sapins commencent à compter comme futaies lorsqu'ils ont $0^m,60$ de circonférence à $1^m,33$ du sol.

» Je rappellerai d'abord que dans 100 de bois il entre 51 de carbone, que tout le carbone des plantes provient de l'air atmosphérique, et que, dans les parties vertes des plantes, l'acide carbonique est décomposé sous l'influence de la lumière. Après l'exploitation du taillis les rejets de souche sont très nombreux, mais ne forment couvert qu'au bout de dix ou douze ans; à ce moment chaque souche en offre au plus deux ou trois verticaux, les autres étant obliques, entre-croisés avec les voisins. Le couvert qu'ils forment s'élève d'année en année avec le taillis. Enfin on doit distinguer l'atmosphère inférieure au couvert du taillis de celle qui lui est supérieure et où s'étale la cime des futaies.

» L'expérience se divise en cinq périodes d'inégale durée :

» *Première période (six ans), de novembre* 1862 *au* 1er *mai* 1869. — Le taillis passe de quatre à dix ans et ne couvre qu'imparfaitement le sol. Au début la futaie se compose de 1457 sapins, cubant 1424^{mc}, et à la fin ces mêmes arbres cubent 2266^{mc}. L'accroissement est de 842^{mc} en six ans, soit par année moyenne $140^{mc},2$, et $71^{mc},5$ de carbone fixé.

» *Deuxième période (cinq ans), du* 1er *mai* 1869 *au* 31 *juillet* 1873. — Le taillis passe de onze à quinze ans et couvre entièrement le sol. Au début, et déduction faite des bois exploités, la futaie se compose de 1336 sapins cubant 1700^{mc}, et à la fin ces mêmes arbres cubent 2207^{mc}. L'accroissement annuel moyen est de $101^{mc},4$, soit $51^{mc},7$ de carbone fixé au lieu de $71^{mc},5$ dans la première période, bien que le matériel des bois existants soit plus considérable (1700^{mc} contre 1424^{mc}).

» *Troisième période (un an), du* 31 *juillet* 1873 *au* 2 *avril* 1875. — Pendant l'hiver

1872-1873 a lieu une coupe principale de futaie suivie d'une forte coupe d'éclaircie qui supprime dans le taillis les rejets obliques, ne laissant subsister que les rejets verticaux. Au début, et déduction faite des bois exploités, la futaie se compose de 1075 sapins cubant 998^{mc}, et à la fin ces mêmes arbres cubent 1096^{mc}. L'accroissement est de 98^{mc}, soit 50^{mc} de carbone fixé au lieu de $51^{mc},7$ dans la période précédente, c'est-à-dire presque autant avec un matériel diminué de près de moitié (998^{mc} contre 1700^{mc}).

» *Quatrième période* (*trois ans*), *du* 2 *avril* 1875 *au* 16 *novembre* 1877.—Le taillis passe de seize à dix-huit ans et les rejets de souche des bois coupés dans l'éclaircie se développent. Au début, et déduction faite des arbres coupés, la futaie se compose de 1155 sapins cubant 1107^{mc}, et à la fin ces mêmes arbres cubent 1368^{mc}. L'accroissement annuel moyen est de 87^{mc}, soit $44^{mc},4$ de carbone fixé au lieu de 50^{mc} dans la période précédente, quantité moindre avec un matériel plus considérable (1107^{mc} contre 998^{mc}).

» *Cinquième période* (*deux ans*), *du* 16 *novembre* 1877 *au* 5 *novembre* 1879. — Le taillis passe de dix-neuf à vingt et un ans, et les rejets de souche des bois coupés dans l'éclaircie, ayant pris beaucoup de force, complètent le couvert. Au début, et déduction faite des bois coupés, la futaie se compose de 1348 sapins cubant 1416^{mc}, et à la fin ces mêmes arbres cubent 1511^{mc}. L'accroissement annuel moyen est de $47^{mc},5$, soit $24^{mc},2$ de carbone fixé au lieu de $71^{mc},5$ dans la première période, à peine plus du tiers avec un matériel à peu près égal (1416^{mc} contre 1424^{mc}).

» En résumé, pendant la durée de l'expérience, la fixation du carbone dans la futaie diminue à mesure que le couvert du taillis devient plus intense, et cette diminution n'est un moment interrompue qu'à la suite d'une forte éclaircie qui supprime les rejets obliques du taillis et ne laisse subsister que les rejets verticaux.

» Si les futaies prenaient à l'air libre tout l'acide carbonique qu'elles décomposent, comme elles s'étalent sans obstacle dans la région supérieure de l'atmosphère, les variations de leur accroissement constatées aux diverses périodes seraient inexplicables.

» Faut-il admettre qu'une partie du carbone vienne du sol, comme on le disait anciennement? On ne peut le prétendre après l'expérience de de Saussure. D'ailleurs, si le carbone venait en partie du sol, il serait aspiré par les racines, sur lesquelles la coupe ou l'éclaircie du taillis n'a évidemment aucune influence, et l'accroissement de la futaie ne devrait pas en être affecté; or, dans l'expérience, il varie selon la consistance laissée au taillis par l'exploitation : le carbone ne peut donc venir du sol.

» Depuis 1861, j'ai fait un grand nombre d'expériences sur l'accroissement des arbres en forêt : toutes concordent avec celle que je rapporte et prouvent la corrélation de l'accroissement des arbres dominants avec la consistance du couvert formé par les arbres de moindres dimensions, que ceux-ci soient rejets de souche ou brins de semence.

» Ces variations peuvent s'expliquer par la production d'acide carbonique dans la décomposition des substances qui forment l'humus. Il se produit ainsi, sous le couvert des arbres de faibles dimensions, une notable quantité d'acide carbonique que les arbres dominants décomposent lorsque l'étage inférieur de végétation ne forme pas un massif assez intense pour l'intercepter et en ralentir la production.

» Ces variations peuvent encore s'expliquer par l'influence de la lumière, plus favorable à la végétation quand elle pénètre profondément dans la forêt, d'abord parce qu'elle rencontre dans ce parcours des parties vertes appartenant à des arbres de différentes dimensions jusque dans les régions les plus rapprochées du sol, et parce que du sol elle peut être réfléchie de manière à agir encore sur la face inférieure des feuilles.

» Mais ces deux hypothèses ne s'excluent pas, et le concours qu'elles se prêtent mutuellement me paraît la seule explication satisfaisante des variations de l'accroissement des arbres en forêt.

» Les conclusions de cette expérience sont :

» 1° Que la lumière, lorsqu'elle frappe le sol après avoir été tamisée dans le feuillage, stimule la production de l'acide carbonique dans les décompositions qui engendrent l'humus, en même temps que la décomposition de ce gaz par les parties vertes;

» 2° Que l'accroissement des futaies se ralentit, bien que leurs parties vertes s'étalent librement dans l'air atmosphérique sous l'impression directe des rayons lumineux, lorsque le couvert inférieur formé par les arbres de moindres dimensions intercepte trop complètement l'accès de la lumière sur le sol et diminue son action réflexe sur la cime des futaies;

» 3° Que le couvert formé par le taillis affaiblit cette action réflexe de la lumière sur la végétation des futaies plutôt par sa composition que de toute autre manière, puisque, après l'éclaircie qui supprime les rejets obliques, les rejets verticaux que l'on conserve n'y mettent pas obstacle;

» 4° Que l'humus, sous un couvert trop intense, perd une partie de son efficacité et présente cette analogie avec le fumier de ferme, qui, trop proondément enterré, reste inerte pendant plusieurs années.

» En résumé, ces données, établies par des faits positifs, montrent comment on peut améliorer la végétation des futaies en agissant sur la composition, la consistance et la durée de l'étage des sous-bois, et doivent être désormais admises comme les vrais principes de la Sylviculture. »

M. L. **Godefroy** adresse quelques détails sur un givre qui s'est produit à la Chapelle-Saint-Mesmin, le 12 janvier 1880.

M. **Daubrée**, en présentant à l'Académie une brochure de M. le général *de Helmersen*, intitulée « Rapports géologiques et physico-géographiques de la dépression aralo-caspienne », s'exprime comme il suit :

« A la suite de l'exploration faite en 1877 entre Orenbourg et Taschkend, pour l'exécution d'un chemin de fer, M. de Helmersen a reçu de S. A. I. le grand-duc Nicolas Constantinowitch toute une série d'échantillons qui l'ont conduit à des résultats dignes d'intérêt, particulièrement en ce qui concerne le Kara-Koum.

» Puis l'auteur examine la question importante de savoir s'il est possible de faire couler, comme autrefois, l'Amou Daria (Oxus) dans la mer Caspienne par l'ancien lit aujourd'hui desséché, l'Ouzboi, question qui vient de faire, en 1879, l'objet d'une autre expédition et même d'un commencement d'exécution. M. de Helmersen craint que l'on ne réussisse pas dans cette entreprise; car cette région de l'Asie paraît subir, sur une grande étendue, non seulement un affaissement graduel de son sol, mais aussi une dessiccation climatérique, l'évaporation n'étant pas compensée par les eaux affluentes. »

M. **Daubrée**, en présentant à l'Académie un travail de M. *G. Uzielli*, imprimé en italien et portant pour titre « Mémoire sur les *argille scagliose dell' Apennino* », ajoute la remarque suivante :

« Des photographies annexées à ce Mémoire représentent des surfaces polies et striées que l'auteur a observées dans les *argille scagliose*, à la Lama di Mocogno, à la suite d'un éboulement qui s'y est produit sur une longueur de 3^{km} et sur une largeur qui atteint parfois $1^{km},5$. »

A 4 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 12 janvier 1880.

Études synthétiques de Géologie expérimentale; par A. Daubrée. IIe Partie : *Application de la méthode expérimentale à l'étude de divers phénomènes cosmologiques.* Paris, Dunod, 1879; in-8°.

Bulletin des séances de la Société centrale d'Agriculture de France. Compte rendu mensuel, rédigé par M. J.-A. Barral. T. XXXVIII, année 1878. Paris, J. Tremblay, 1878; in-8°.

Diagnostic et traitement des tumeurs de l'abdomen et du bassin; par J. Péan. T. I. Paris, V. Adrien Delahaye, 1880; in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Algèbre élémentaire; par M. J. Bourget. Paris, Delagrave, 1880; in-8°.

Recherches sur l'alimentation et sur la production du travail; par M. A. Muntz. Paris, Impr. nationale, 1879; in-8°. (Extrait des *Annales de l'Institut national agronomique.*) (Présenté par M. Boussingault.)

Dépenses probables pour l'amélioration des pensions de retraite des officiers retraités avant 1878; *par* M. Martin de Brettes. Paris, à l'administration du *Spectateur militaire,* 1879; br. in-8°. (Présenté par M. le général Favé.)

De la corrélation physiologique entre les cinq sens et de leurs rapports avec les mouvements volontaires; applications à l'éducation des aveugles; par M. le Dr Appia. Paris, Impr. nationale, 1879; in-8°. (Extrait du *Compte rendu sténographique du Congrès universel pour l'amélioration du sort des aveugles et des sourds-muets.*)

Félix Hément. *De l'instinct et de l'intelligence.* Paris, Delagrave, 1880; in-8°.

Journal du Ciel. Notions populaires d'Astronomie pratique: Astronomie pour tous; par J. Vinot. 15e année. Paris, cour de Rohan, 1879; in-8°.

ERRATA.

(Séance du 12 janvier 1880.)

Page 66, ligne 9, *au lieu de* 4,65, *lisez* 4,60.